PHYSIKALISCHE ZEITSCHRIFT

No. 24. 1. Dezember 1908. 9. Jahrgang.
Redaktionsschluß für No. 25 am 7. Dezember 1908.

INHALT:

Originalmitteilungen:
R. Fürstenau, Eine neue Methode zur Berechnung des Verhältnisses von Ladung zur Masse des Quecksilberdampfmoleküls. S. 849.
F. Himstedt u. H. v. Dechend, Über Spektralanalyse des Glimmlichtes in verschiedenen Gasen. S. 852.
J. H. Jeans, Zur Strahlungstheorie. S. 853.
W. Thorner, Über Tageslichtmessungen. S. 855.
R. Löwy, Die Lorenzsche Theorie der Kreiselräder. S. 858.
E. Bose, Über das sogenannte Asymmetrieprodukt. S. 860.

Vorträge und Diskussionen von der 80. Naturforscherversammlung zu Köln:
A. Bestelmeyer, Luftdruckvariometer zur Messung der Vertikalgeschwindigkeit bei Ballonfahrten. S. 863.
H. Th. Simon, Über neuere Methoden der Erzeugung elektrischer Schwingungen. S. 865.
H. Rubens, Änderung des Emissionsvermögens der Metalle mit der Temperatur. Nach gemeinsam mit Herrn E. Hagen ausgeführten Versuchen. S. 874.
R. Ladenburg u. S. Loria, Über die Dispersion des leuchtenden Wasserstoffs. S. 875.
G. F. C. Searle, Über die durch eine sprungweise Änderung der Winkelgeschwindigkeit einer elektrisierten Kugel hervorgerufene Energiestrahlung. S. 878.
G. F. C. Searle, Die Energiestrahlung seitens eines Elektrons, das sich harmonisch in einer endlichen geradlinigen oder elliptischen Bahn bewegt. S. 884.
M. Cantor, Über eine neue Wirkung des elektrischen Stromes. S. 887.
Personalien. S. 888.
Gesuche. S. 888.

ORIGINALMITTEILUNGEN.

Eine neue Methode zur Berechnung des Verhältnisses von Ladung zur Masse des Quecksilberdampfmoleküls.

Von Robert Fürstenau.

Aus Überlegungen gastheoretischer und thermodynamischer Natur und ihrer Anwendung auf die bekannten Drudeschen [1]) und Lorentzschen [2]) Grundgleichungen der Elektrizitätsleitung in Metallen ergibt sich, wie im folgenden gezeigt werden soll, eine einfache Möglichkeit, den Wert des Ausdrucks e/m für ein Gasmolekül zu berechnen. Zu diesem Zweck werde die Masseneinheit eines beliebigen einatomigen Gases bei der absoluten Temperatur T betrachtet; wenn man dann unter c^2 das mittlere Geschwindigkeitsquadrat bei der Temperatur T innerhalb der Masseneinheit und unter α die bekannte universelle Konstante versteht, so ist

$$\tfrac{1}{2}\, c^2 = \alpha\, T.$$

Differentiiert man diese Gleichung nach T und dividiert man die beiden Gleichungen durcheinander, so fällt die Konstante α heraus, und man erhält

$$\frac{d(c^2)}{dT} = \frac{c^2}{T}. \qquad (1)$$

Die linke Seite dieser Gleichung stellt nun nichts anderes dar, als den doppelten Zuwachs an kinetischer Energie der Masseneinheit des Gases bei der Temperaturerhöhung dT. Dieser Gehalt beträgt nämlich bei der Temperatur T

$$E_k = \tfrac{1}{2}\, c^2$$

und es ist

$$\frac{dE_k}{dT} = \tfrac{1}{2}\,\frac{d(c^2)}{dT}. \qquad (2)$$

Aus den Gleichungen (1) und (2) ergibt sich also:

$$dE_k = \tfrac{1}{2}\,\frac{c^2}{T}\cdot dT. \qquad (3)$$

Nun werde die der Masseneinheit des Gases bei der Temperaturerhöhung dT bei konstantem Volumen zugeführte und lediglich zur Vergrößerung der kinetischen Energie der Gasmolekeln verbrauchte Wärmemenge dQ bestimmt. Diese Bestimmung erfolgt auf einfache Weise mit Hilfe der spezifischen Wärme bei konstantem Volumen c_v des Gases. Da wir nämlich unsere Betrachtungen lediglich auf einatomige Gase ausdehnen, haben wir keinerlei innere Arbeitsleistung bei der Erwärmung des Gases zu berücksichtigen, und die aufgewandte Wärmemenge ist durch die Gleichung gegeben:

$$dQ = i\, c_v\, dT,$$

wo i das mechanische Wärmeäquivalent bedeutet.

Setzen wir nun $dQ = dE_k$, so erhalten wir

$$T = \frac{c^2}{2\, i\, c_v},$$

eine Gleichung, die ihre Gültigkeit behält, wenn man sie auf eine Molekel anwendet und dabei das mittlere Geschwindigkeitsquadrat c^2 durch das Quadrat der Geschwindigkeit der betreffenden Molekel c^2 ersetzt.

Dividiert man die Gleichung

$$T = \frac{c^2}{2\, i\, c_v}$$

durch die Gleichung

$$\tfrac{1}{2}\, m\, c^2 = \alpha\, T,$$

1) Drude, Ann. d. Phys. (4) **1**, 566; **3**, 369, 1900.
2) H. A. Lorentz, Versl. K. Ak. van Wet. 13, 1905.

in der m die Masse einer Molekel bedeutet, so ergibt sich

$$\alpha = i m c_v. \qquad (4)$$

Die Konstante α tritt nun ebenfalls auf in den obengenannten Drudeschen und Lorentzschen Entwickelungen, von denen die ersteren unter der vereinfachenden Voraussetzung entwickelt sind, daß alle Elektronen gleiche Weglänge und Geschwindigkeit besitzen, während H. A. Lorentz bei seinen Herleitungen das Maxwellsche Verteilungsgesetz berücksichtigt. Dementsprechend weichen die von beiden Autoren erhaltenen Resultate voneinander ab, und zwar erhält Drude für den Koeffizienten der elektrischen Leitfähigkeit $\varkappa$ den Ausdruck

$$\varkappa = \frac{1}{4} \cdot \frac{N \cdot e^2 \, l \cdot q}{\alpha T},$$

während der Lorentzsche Ausdruck lautet:

$$\varkappa = \sqrt{\frac{2}{3\pi}} \cdot \frac{N \cdot e^2 \, l \cdot q}{\alpha T},$$

in welchen beiden Gleichungen N die Anzahl der Elektronen in der Volumeneinheit, e die elektrische Einheitsladung, l die freie Weglänge, q die Geschwindigkeit der Elektronen bedeutet, während T die absolute Temperatur und α die bekannte Konstante darstellt.

Ob α wirklich denselben Wert besitzt, wie bei den Gasgleichungen, steht freilich nicht fest; in einer jüngst erschienenen Arbeit von P. Gruner[1]): „Über eine Erweiterung der Lorentzschen Elektronentheorie der Metalle" wird es sogar als wahrscheinlich hingestellt, daß zwischen beiden Werten ein gewisser Unterschied besteht, um die entwickelten Gleichungen der Erfahrung besser anzupassen. Im folgenden soll demgegenüber daran festgehalten werden, daß α eine universelle Konstante ist und ihrem Werte nach bei der Elektronenbewegung demnach von derselben Größe wie in den Gasgleichungen ist. Die unter dieser Annahme abgeleiteten Resultate sprechen, wie unten gezeigt werden wird, außerordentlich für ihre Richtigkeit, da sie mit den durch das Experiment erhaltenen gut übereinstimmen. In der Grunerschen Theorie dürfte vielmehr der Grund für die vorhandenen Abweichungen, wie es auch der Autor selbst erwähnt, in den Annahmen über die Größe der in der Theorie enthaltenen Funktion $(3\,V - U^2)$ zu suchen sein, während für $\frac{\alpha}{e}$ der gebräuchliche Wert benutzt werden muß. —

In ähnlicher Weise, wie die Ausdrücke für die elektrische Leitfähigkeit, weichen auch die für den Koeffizienten der Wärmeleitfähigkeit k voneinander ab.

1) P. Gruner, Verh. d. D. Physik. Ges. **13**, 528, 1908.

Nach Drude ist

$$k = \frac{1}{3} N \cdot l q \alpha,$$

nach H. A. Lorentz dagegen

$$k = \frac{8}{9} \sqrt{\frac{2}{3\pi}} N \cdot l q \alpha.$$

Bildet man den Quotienten $\frac{k}{\varkappa}$, so erhält man nach Drude

$$\frac{k}{\varkappa} = \frac{4}{3} \left(\frac{\alpha}{e}\right)^2 T,$$

und nach Lorentz

$$\frac{k}{\varkappa} = \frac{8}{9} \left(\frac{\alpha}{e}\right)^2 T.$$

Aus diesen beiden Gleichungen ergeben sich entsprechend zwei verschiedene Ausdrücke für die Konstante α, und zwar

$$\alpha = e \sqrt{\frac{3}{4\,T} \cdot \frac{k}{\varkappa}} \qquad (5a)$$

und

$$\alpha = e \sqrt{\frac{9}{8\,T} \cdot \frac{k}{\varkappa}}. \qquad (5b)$$

Diese beiden Ausdrücke für α sollen nun mit dem in Gleichung (4) enthaltenen Ausdruck verglichen werden. Das ist jedoch ohne weiteres nicht zulässig, denn einer rein formalen Gleichsetzung der Ausdrücke würde der physikalische Sinn fehlen, beziehen sich doch die Gleichungen (5a) und (5b) auf Leiter erster Ordnung, während Gleichung (4) aus den physikalischen Konstanten einatomiger Gase hergeleitet ist.

Nun existiert jedoch eine Substanz, welche geeignet ist, zwischen den Gleichungen eine Brücke zu bilden und einen Gesichtspunkt zu schaffen, von dem aus dieselben gleichzeitig betrachtet werden dürfen: das Quecksilber. Die Drudeschen und Lorentzschen Gleichungen darf man ohne weiteres auf das flüssige Quecksilber anwenden, da dieses ein Leiter erster Ordnung ist, und bei der Herleitung der Gleichungen keinerlei Voraussetzungen gemacht worden sind, die infolge irgendeiner Eigenschaft des Quecksilbers als bei letzterem nicht zutreffend betrachtet werden müßten. Ja, wir können sogar noch einen Schritt weiter gehen, und die Theorie der Elektrizitäts- und Wärmeleitung auf den Quecksilberdampf anwenden, da auch dieser noch allen Bedingungen genügt, die in den Grundlagen der Theorie Berücksichtigung gefunden haben. Der Quecksilberdampf ist bekanntlich ein guter Leiter für Elektrizität, auch in ihm dürfen wir ganz wie bei dem flüssigen und dem festen *Hg* annehmen, daß die Elektrizitätsleitung durch ge-

ordnete Bewegung der Elektronen zustande kommt, während die nach jedem Zusammenstoß auftretende ungeordnete Bewegung als Wärme anzusprechen ist. Wir dürfen also ohne Zweifel die Gleichungen (5a) und (5b) auf den Quecksilberdampf anwenden. Und damit ist die Überleitung zur Gleichung (4) gegeben. Letztere nämlich hat ebenfalls Gültigkeit für den Quecksilberdampf, der bekanntlich aus einatomigen Molekülen besteht.

Vergleichen wir jetzt Gleichung (5a) und (5b) mit (4), so erhalten wir zwei Ausdrücke für die Größe $\frac{e}{m}$, d. h. für das Verhältnis der Ladung e zur Masse m des Quecksilberdampfmoleküls.

Es wird nämlich unter Benutzung der Drudeschen Gleichung (5a):

$$\frac{k}{\varkappa} = \frac{4}{3} T \cdot i^2 c_v^2 \left(\frac{m}{e}\right)^2$$

oder

$$\frac{e}{m} = i c_v \sqrt{\frac{4}{3} T \cdot \frac{\varkappa}{k}}. \qquad (6a)$$

Analog erhalten wir unter Benutzung der Lorentzschen Gleichung:

$$\frac{e}{m} = i c_v \sqrt{\frac{8}{9} T \cdot \frac{\varkappa}{k}}. \qquad (6b)$$

Es ist somit aus diesen beiden Gleichungen die Größe des Verhältnisses $\frac{e}{m}$ für das Quecksilberdampfmolekül berechenbar nach Messung der spezifischen Wärme $c_v \left(= \frac{c_p}{k}\right)$ des Quecksilberdampfes und Beobachtung des Quotienten $\frac{\varkappa}{k}$. Wir wollen die Berechnung ausführen, indem wir für c_v den von Kundt und Warburg gemessenen Wert $c_v = 0{,}01476$ verwenden.

Wir wählen ferner die Temperatur $T = 291$, bei welcher $\frac{k}{\varkappa}$ von Jäger und Dießelhorst gemessen worden ist. Diese fanden für $\frac{k}{\varkappa}$ den Wert $671 \cdot 10^{-8}$. Hierin sind jedoch für k und $\varkappa$ noch nicht absolute Einheiten benutzt. Vielmehr ist $\frac{1}{\varkappa}$ in Ohm gemessen, da ja der elektrische Widerstand

$$W = \frac{l}{q \cdot \varkappa}$$

ist, wo l (Länge) und q (Querschnitt) in C.-G.-S.-Einheiten gemessen sind.

Um auf absolute Einheiten zu kommen, muß demnach $\frac{1}{\varkappa}$ mit 10^9 multipliziert werden. Analog muß die bei Jäger und Dießelhorst in Joule gemessene Wärmeleitfähigkeit mit 10^7 multipliziert werden, damit sie in absolutem Maß (Erg) ausgedrückt ist.

Es ist also in absoluten Maßeinheiten

$$\frac{k}{\varkappa} = 671 \cdot 10^{-8} \cdot 10^9 \cdot 10^7 = 6{,}71 \cdot 10^{10}.$$

Diesen Wert, sowie den obengenannten Wert von c_v führen wir in die Gleichung (5a) (nach Drude) ein.

Es wird dann

$$\frac{e}{m} = 419 \cdot 10^5 \cdot 0{,}01476 \sqrt{\frac{4 \cdot 291}{3 \cdot 6{,}71 \cdot 10^{10}}}$$

oder

$$\frac{e}{m} = 47{,}3.$$

Analog erhält man bei der Benutzung der Gleichung (5b) (nach Lorentz):

$$\frac{e}{m} = 419 \cdot 10^5 \cdot 0{,}01476 \sqrt{\frac{8 \cdot 291}{9 \cdot 6{,}71 \cdot 10^{10}}}$$

oder

$$\frac{e}{m} = 38{,}4.$$

Zum Zwecke der Vergleichung mit den bisher ermittelten Werten rechnen wir die beiden Werte von $\frac{e}{m}$ auf das Wasserstoffatom um. Für letzteres erhalten wir dann nach Gleichung (5a):

$$\frac{e}{m} = \mathbf{9{,}38 \cdot 10^3}$$

und nach Gleichung (5b):

$$\frac{e}{m} = \mathbf{7{,}62 \cdot 10^3}.$$

Der erste der beiden Werte,

$$\frac{e}{m} = 9{,}38 \cdot 10^3$$

weist eine außerordentlich genaue Übereinstimmung auf mit dem von W. Wien[1]) in reinem Wasserstoff an Kanalstrahlen gemessenen Wert

$$\frac{e}{m} = 9{,}53 \cdot 10^3.$$

Die bestehende Abweichung findet, wie man sieht, in dem Sinne statt, daß die Masse der in den Kanalstrahlen (in reinem Wasserstoff) bewegten Teilchen etwas kleiner ist als die Masse eines Wasserstoffatoms.

Der unter Benutzung der H. A. Lorentzschen Gleichung ermittelte Wert $\frac{e}{m} = 7{,}62 \cdot 10^3$ weicht ziemlich erheblich von dem erwähnten

1) Vgl. W. Wien, Wied. Ann. **65**, 445, 1898; Ann. d. Phys. **5**, 421, 1901; **8**, 257, 1902; **9**, 660, 1902; **13**, 669, 1903.

Wienschen Wert ab. Es zeigt sich also die Tatsache, daß der unter den Drudeschen vereinfachenden Voraussetzungen berechnete Wert sich den aus der Erfahrung gewonnenen Resultaten enger anschließt, als der unter Berücksichtigung des Maxwellschen Verteilungsgesetzes berechnete Wert, eine Tatsache, die ebenfalls bei der theoretischen Berechnung des Verhältnisses $\frac{k}{\varkappa}$, wie sie von Reinganum durchgeführt worden ist, zutage tritt. Bekanntlich ergibt sich bei dieser Berechnung (nach Drude) $\frac{k}{\varkappa} = 6{,}479 \cdot 10^{10}$ gegenüber den Messungen von Dießelhorst und Jäger mit dem Resultat $\frac{k}{\varkappa} = 6{,}71 \cdot 10^{10}$, nach H. A. Lorentz dagegen $\frac{k}{\varkappa} = 4{,}319 \cdot 10^{10}$.

Berlin, im August 1908.

(Eingegangen 2. September 1908.)

Über Spektralanalyse des Glimmlichtes in verschiedenen Gasen.

Von F. Himstedt und H. von Dechend. [1])

(Mit Tafel VII.)

Die Untersuchungen von F. Himstedt und G. Meyer: „Spektralanalyse des Eigenlichtes von Radiumbromidkristallen[2])", durch welche der Nachweis erbracht ist, daß die ionisierenden Strahlen radioaktiver Substanzen die Fähigkeit haben, einige Gase sehr leicht, andere weniger leicht resp. fast gar nicht zum Leuchten zu bringen, haben den einen von uns (F. H.) veranlaßt zu untersuchen, ob bei der Spitzenentladung in Gasen von Atmosphärendruck, bei der ja sicher Ionisation stattfindet, ähnliche Erscheinungen auftreten, d. h. verschieden starkes Leuchten in den verschiedenen Gasen, und ob speziell in den einzelnen Gasen dieselben Schwingungen erregt werden, wie sie bei der Einwirkung von Radiumstrahlen beobachtet wurden. Für die Beantwortung der Frage nach dem Mechanismus des Leuchtens, ob es Schwingungen der Moleküle oder der Atome sind, ob Ionen oder Elektronen, ob Spaltung oder Wiedervereinigung, oder wann das eine, wann das andere zur Erklärung heranzuziehen ist, wird vorläufig noch jeder experimentelle Beitrag willkommen sein.

Die Versuchsanordnung war sehr einfach. In ein Glasrohr von ca. 4 cm Durchmesser waren zwei Platindrähte mit ausgezogenen feinen Spitzen so eingeschmolzen, daß sich ihre Enden in einem Abstande von 2—3 cm axial gegenüberstanden. Die Drähte wurden mit den Polen einer Influenzmaschine verbunden, welche durch einen Motor mit konstanter Geschwindigkeit gedreht werden konnte. Die Regulierung des Potentials geschah durch an Erde gelegte Absaugspitzen, welche den Konduktorkugeln der Maschine durch Regulierschrauben so weit genähert wurden, daß ein stetiges Glimmlicht an den Platinspitzen im Versuchsrohr auftrat. Der Glimmlichtapparat wurde entweder direkt vor den Spalt eines Quarzspektrographen gestellt, oder es wurde mittels einer Quarzlinse ein Bild der Spitzen auf dem Spalt entworfen. Gleich die ersten Aufnahmen ließen deutlich erkennen, daß die Spitzenausstrahlung, ganz ähnlich wie die vom Radium ausgeschickte Strahlung, die Gase auf weitere Strecken hin leuchtend zu machen imstande ist. Auf der beigegebenen Tafel ist besonders bei dem *N*- und *H*-Spektrum deutlich zu erkennen die Lichthülle an den beiden Spitzen und hiervon leicht unterscheidbar der zwischen beiden befindliche leuchtende Gasraum.

Die Aufnahmen in Luft und in Stickstoff gleichen vollständig den mit Radiumkristallen erhaltenen. Dagegen ergab sich in Wasserstoff ein anscheinend ganz neues Spektrum, und nicht minder überraschend war das Ergebnis der Aufnahmen in CO und CO_2. Während im Geißler-Rohr bekanntlich beide Gase genau dasselbe Spektrum ergeben, wurden hier Aufnahmen erhalten, denen man, wie die Tafel zeigt, auf den ersten Blick ansehen kann, daß sie nicht identisch sind.

Die eingehende Untersuchung dieser Erscheinungen sowie der entsprechenden Glimmlichtaufnahmen in einigen andern Gasen hat dann v. D. ausgeführt und wird derselbe demnächst ausführlich über alle Einzelheiten seiner Versuche berichten.

Hier seien zunächst nur ganz kurz die Hauptresultate mitgeteilt:

Die Spektra, welche die elementaren Gase *O*, *Cl*, *N* bei der Spitzenentladung emittieren, unterscheiden sich nicht wesentlich von den Spektren, welche man bei diesen Gasen in Geißler-Röhren bzw. bei der Funkenentladung erhalten hat. *O* und *Cl* geben das elementare Linienspektrum und zeigen starken kontinuierlichen Untergrund, *N* gibt das erste Bandenspektrum (vgl. Tafel).

Bei Wasserstoff (vgl. Tafel) gibt die nächste Umgebung der ausstrahlenden Spitzen das sekundäre Wasserstoffspektrum auf kontinuierlichem Untergrunde, außerdem tritt aber noch ein zweites Emissionsgebiet auf in Gestalt eines elektrischen Windes, der sich von der Kathode

1) Mitgeteilt aus Ber. Naturf. Ges. Freiburg i. B., Bd. XVII, 1908.

2) F. Himstedt und G. Meyer, Ber. der Naturforsch. Ges. Freiburg i. B. **16**, 13, 1905; diese Zeitschr. **6**, 688, 1905.

aus in den Gasraum erstreckt, in einer von der Lage der Anode unabhängigen Richtung. Die Ablenkung durch den Magneten beweist, daß es sich um einen Strahl von negativen Ionen handelt, die entweder selbst leuchten oder Emission veranlassen. Das Spektrum dieses leuchtenden Windes besteht aus unscharfen Linien, die mit keinem bekannten Spektrum zusammenfallen. Zahlreiche Versuche machen es wahrscheinlich, daß das Auftreten des leuchtenden Windes an die Anwesenheit sehr kleiner Verunreinigungen des Wasserstoffs gebunden ist. Dafür spricht auch, daß das Auftreten des Windes stets von erheblichen Änderungen der Charakteristik des Entladungsstroms begleitet ist.

Von zusammengesetzten Gasen wurden untersucht: HCl, CH_4, NO, CO, CO_2. Alle diese Gase erleiden im Spitzenstrom eine Zersetzung.

HCl emittiert hauptsächlich die stärkeren Chlorlinien, außerdem einige Linien des Wasserstoffspektrums und daneben tritt kontinuierlicher Untergrund auf.

CH_4 gibt Wasserstofflinien und das Swansche Spektrum.

NO das erste Bandenspektrum des Stickstoffs.

Luft gibt dasselbe Spektrum.

CO und CO_2 verhalten sich im Spitzenstrom verschieden.

In CO (vgl. Tafel) erscheinen in erster Linie die nach Rot scharfen Banden des im Geißler-Rohr auftretenden Bandenspektrums, in CO_2 dagegen dessen nach Violett scharfen Banden und die unscharfen Linien. In CO tritt außerdem das Swansche Spektrum auf.

Freiburg i. B., 1. Juli 1908.

(Eingegangen 18. Oktober 1908.)

Zur Strahlungstheorie.

Von J. H. Jeans.

1. — Ich möchte im folgenden ein paar Worte über die Seite der Strahlungstheorie sagen, die kürzlich in dieser Zeitschrift von Lorentz[1]) und von Lummer und Pringsheim[2]) behandelt worden ist.

Was meine Bemerkungen anlangt, so stehen zwei einander widerstreitende Theorien zur Diskussion: die bekannte Plancksche Theorie, die zu der Formel

$$8\pi R T \lambda^{-4} \frac{u}{e^u - 1} d\lambda \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

führt, wo $u = \frac{c}{RT\lambda}$ ist, und die aus der gleichmäßigen Energieverteilung folgende, die ich hier verteidigen will, und die zu der Formel

$$8\pi R T \lambda^{-4} d\lambda \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (2)$$

führt.

2. — In Erwiderung auf die Ausführungen von Lummer und Pringsheim darf ich vielleicht darauf hinweisen, daß — wenigstens meiner Ansicht nach — das Experiment einstweilen nichts zur Entscheidung zwischen den beiden Theorien beizutragen vermag. Formel (2) beansprucht keine Gültigkeit für die Strahlung seitens des experimentellen schwarzen Körpers, außer etwa für Strahlung von großer Wellenlänge. Für solche Strahlung wird aber die Formel mit der Planckschen identisch; das Experiment wird also beide Theorien gleichermaßen bestätigen oder verwerfen.

3. — Das Wesen des Widerstreites zwischen den beiden Theorien läßt sich nicht aus der Betrachtung solcher Verhältnisse erklären, die sich experimentell verwirklichen lassen. Wir müssen ein völlig unausführbares Gedankenexperiment betrachten.

Wir betrachten einen heißen Körper, der in eine Hülle eingeschlossen ist, deren Wände für Energie vollkommen undurchlässig sind. Nach einer unendlichen Zeit wird sich eine beständige Energieverteilung hergestellt haben. Nach der Ansicht von Planck wird die Energieverteilung im Äther durch Formel (1) gegeben werden, nach meiner eigenen Ansicht wird sie durch Formel (2) gegeben werden und durchaus verschieden sein von der Energieverteilung in dem Strahlungsstrom, dessen Austritt aus einem schwarzen Körper man unter experimentellen Verhältnissen beobachtet.

4. — Wenn sich diese idealen Verhältnisse im Laboratorium verwirklichen ließen, so würde die Berufung an das Experiment sogleich zwischen den beiden Theorien entscheiden. Eine solche unmittelbare Berufung an das Experiment ist nicht möglich; hingegen ist die Berufung an analoge Versuche aus der Akustik möglich.

Denken wir uns eine schallundurchlässige Hülle; diese enthalte Luft (— die den Äther des früheren Experimentes vertreten soll —) sowie eine Anzahl Glocken oder anderer Schallinstrumente (— welche die Materie oder die „Resonatoren" der Planckschen Theorie vertreten sollen —). Wir denken uns die Glocken in Schwingung versetzt (— ihre Energie soll die Wärme des heißen Körpers vertreten —) und denken sie uns in der Hülle eingeschlossen, bis eine bestimmte Energieverteilung zwischen den Glocken und der umgebenden Luft hergestellt ist.

5. — Wenn nun die Plancksche Theorie auf den Äther anwendbar ist, warum soll sie nicht gleichfalls auf dieses luftartige Medium

1) Diese Zeitschr. **9**, 562, 1908.
2) Diese Zeitschr. **9**, 449, 1908.

anwendbar sein? Mir scheint, die Plancksche Analyse ließe sich nach Anbringung einiger Bezeichnungsänderungen anwenden, um zu beweisen, daß in dem „Spektrum" der Schallenergie, das wir schließlich im Innern der Hülle finden, ein Maximum vorhanden sein muß, und man könnte mittels dieser Theorie beweisen, daß die Energieverteilung durch eine der Formel (1) ähnliche Formel gegeben sein muß. Nun wird man aber zugeben, daß der Endzustand in der Hülle in Wirklichkeit ein solcher sein wird, bei dem alle Schallenergie in Wärmeenergie zerstreut worden ist; die Energie, die man schließlich in der Luft finden würde, würde nur die willkürlicher Molekularbewegung sein. Dies scheint mir mit der Planckschen Theorie unvereinbar.

6. — Natürlich muß auch meine eigene Theorie, wenn sie für den Äther gilt, gleichfalls auf dieses Luftmedium anwendbar sein. Tatsächlich setzt uns das Theorem der gleichmäßigen Energieverteilung ohne weiteres in die Lage, vorauszusagen, daß die schließliche Verteilung der Schallenergie in der Luft durch die Formel

$$4\pi R T \lambda^{-4} d\lambda \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (3)$$

gegeben sein muß[1]). Der Zahlenfaktor 4 tritt hier an Stelle des Wertes 8 in Formel (2), weil die longitudinalen Luftschwingungen nur eine halb so große Energiekapazität haben wie die transversalen Ätherschwingungen. Die tatsächliche Energie wird, wie wir sahen, die willkürlicher Molekularbewegung sein. Die Energie dieser willkürlichen Bewegung läßt sich nun nach dem Satze von Fourier in die Energie regelmäßiger Wellenzüge auflösen, und es ergibt sich somit, daß die Energieverteilung auf Wellen verschiedener Wellenlänge durch die Formel

$$4\pi R T \lambda^{-4} d\lambda \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (4)$$

gegeben wird[2]).

7. — In einfachster physikalischer Ausdrucksweise scheint der strittige Punkt zwischen den beiden Theorien folgender zu sein: Die Theorie der gleichmäßigen Verteilung sagt aus, daß die Energie des Mediums, wenn man ihr genügend Zeit läßt, in Wellen von infinitesimaler Wellenlänge auslaufen wird; die Plancksche Theorie sagt aus, daß ein bestimmtes Maximum im „Spektrum" der Wellenenergie vorhanden sein wird. Wenn wir die erstere Theorie aufrecht halten wollen, so müssen wir erklären, woher es kommt, daß man in der „Strahlung des schwarzen Körpers" ein bestimmtes Maximum beobachtet. Ich meine, der Grund dafür ist der, daß dies keine Strahlung ist, die Zeit genug gehabt hat, ihre Gleichgewichtsverteilung zu erreichen.

Diese Ansicht läßt sich ausführlicher mit Hilfe des schon im vierten Abschnitt benutzten akustischen Analogons erörtern. Um die Bedingungen des von Lummer und Pringsheim angeführten Versuches darzustellen, wollen wir uns ein kleines Loch in die Wände der Hülle geschnitten denken, und wollen annehmen, ein Beobachter mit unendlich empfindlichem Gehör horche außerhalb dieses Loches. Dieser Beobachter darf nicht erwarten, eine Tonkombination zu hören, wie sie Formel (4) darstellt: er wird das Geräusch der Glocken hören.

8. — Übersetzen wir diese Erklärung in wissenschaftlichere Sprache, und wenden wir sie nicht auf unser imaginäres Luftmedium an, sondern auf das Äthermedium, um das es sich bei unseren Theorien wirklich handelt: Der Äther innerhalb der Hülle kann entweder im Zustande freier Schwingung sein, oder im Zustande erzwungener Schwingung, oder in einem Übergangszustande zwischen beiden. Ist die Hülle vollkommen geschlossen und vollkommen energieundurchlässig, so wird das Medium nach einer unendlichen Zeit in einem Zustande freier Schwingung sein; in diesem Zustande ist die Energieverteilung durch Formel (2) gegeben. Die Rechnung lehrt aber[1]), daß, um diesen Zustand herbeizuführen, das System während eines Zeitraumes energieundurchlässig sein muß, der nach Jahrhunderten oder nach Äonen zu bemessen ist, wenigstens soweit Licht von kurzer Wellenlänge in Betracht kommt. Unter wirklichen Versuchsbedingungen kann von einem Zurückhalten der Energie während eines Zeitraumes, der mit diesem nur irgend vergleichbar wäre, nicht die Rede sein. Selbst dann, wenn wir viel zu günstige Bedingungen voraussetzen und annehmen, daß die Wandungen vollkommen energieundurchlässig sind, und daß die Öffnung nur ein Milliontel der gesamten Wandfläche beträgt, so sehen wir doch noch, daß die einmal von der heißen Materie ausgestrahlte Energie nur während eines Zeitraumes zurückgehalten werden würde, der einem Tausendstel einer Sekunde vergleichbar wäre[2]). Die Energie, welche durch das Spektroskop zerlegt wird (— wenigstens, soweit es sich um kurze Wellen

1) Für Werte von λ, die so klein sind, daß sie mit den Molekularzwischenräumen vergleichbar sind, muß eine Einschränkung angebracht werden. Das ist aber für die vorliegende Erörterung unwesentlich. Um eine vollständige Analogie mit dem Äther zu erhalten, muß man sich die Luft von unendlich feinkörniger Struktur denken, und dann fällt diese Einschränkung fort.

2) Es fehlt mir an Raum, um den Beweis für diesen Satz zu geben; ich werde ihn aber bald an anderer Stelle veröffentlichen.

1) Jeans, Dynamical Theory of Gases, Kap. IX.

2) Dabei ist der Durchmesser der Hülle von der Größenordnung 30 cm angenommen.

handelt —) muß also als Energie angesehen werden, die frisch von der Materie herkommt; sie hat keine Zeit gehabt, auch nur anzufangen, sich ihrer Gleichgewichtsverteilung anzupassen. Wie in dem analogen akustischen Experiment (§ 7) ist das Medium im Innern der Hülle nicht im Zustande freier Schwingung, sondern im Zustande erzwungener Schwingung. Das Spektroskop analysiert tatsächlich Energie, wie sie von der Materie ausgeht, nicht Energie, die mit der Materie ins Gleichgewicht gelangt ist.

9. — Ich glaube, daß die von mir skizzierte Strahlungstheorie eine solche ist, die mit sich selbst nicht in Widerspruch steht, die auf richtige Unterlage gegründet ist, und die, soweit sie reicht, in keiner Weise dem Experiment widerspricht. Ich glaube ferner, daß sie die einzige Theorie ist, die verträglich ist mit der Annahme, daß Äther und Materie zusammen ein dynamisches System bilden, nämlich ein System, in dem die Vorgänge von dem Prinzip der kleinsten Wirkung beherrscht werden.

Princeton, New Jersey, U. S. A., 3. Oktober 1908.

(Aus dem Englischen übersetzt von Max Iklé.)

(Eingegangen 14. Oktober 1908.)

Über Tageslichtmessungen.

Von Walther Thorner.

Die Bestimmung der Tagesbeleuchtung auf Arbeitsplätzen, die besonders in hygienischer Beziehung von Wichtigkeit ist, läßt sich nach verschiedenen Methoden ausführen, die sich in drei Hauptgruppen einteilen lassen. Die erste umfaßt die subjektiven Methoden, welche sich der Empfindlichkeit des menschlichen Auges als Maßstab bedienen, die zweite die Photometer, welche den absoluten Wert der jeweilig herrschenden Beleuchtungsstärke anzeigen, und die dritte besteht aus denjenigen Methoden, welche ein absolutes Urteil unabhängig von der zeitweiligen Helligkeit über einen Arbeitsplatz abgeben.

Was die subjektiven Methoden betrifft, so gehören hierher zunächst die Sehprüfungen. Man kann die bekannten Sehprobentafeln hierzu benutzen und die Forderung aufstellen, daß Zahlen bestimmter Größe in einer bestimmten Entfernung gelesen werden müssen, eine Prüfung, die für normale Augen verhältnismäßig genau übereinstimmende Resultate bezüglich der Helligkeit ergibt. Auf einem ähnlichen Prinzip beruht der Apparat von Hermann Cohn. In einem stereoskopartigen Gestell sind in der deutlichen Leseentfernung Tafeln mit klein gedruckten vierstelligen Zahlen befestigt. Die Anzahl der Zeilen, die in einer Minute gelesen werden können, gibt einen Maßstab für die Beleuchtung des Platzes ab. Endlich gehört ein von Pfeiffer konstruiertes Instrument in diese Gruppe, das als Probeobjekt eine Anzahl feiner Öffnungen besitzt und das Licht zur Beleuchtung derselben durch eine Irisblende von dem zu untersuchenden Platze aus zuführen läßt. Durch Regulierung der Irisblende läßt sich dann der Grad der Beleuchtung feststellen.

Diese subjektiven Methoden haben zwei Vorzüge, nämlich daß sie einfach zu handhaben sind, und daß sie keine künstliche Lichtquelle erfordern. Dem stehen aber große Nachteile gegenüber. Es wird nur der Wert der augenblicklichen Beleuchtung ermittelt, die Prüfung muß also häufig ausgeführt werden, um einen brauchbaren Durchschnittswert zu ergeben, und vor allem, die Empfindlichkeit des menschlichen Auges ist als Maßstab benutzt. Wenn nun auch bei normalen Augen diese Empfindlichkeit gegen Lichtunterschiede eine viel gleichmäßigere ist, als man dies gewöhnlich annimmt, so kommt doch die persönliche Disposition des Beobachters hierbei störend in Betracht, abgesehen davon, daß leicht einmal krankhafte Störungen der Lichtempfindlichkeit vorhanden sein können. Man hat deshalb diese Methoden auch bald verlassen und sich andern Untersuchungsarten zugewandt.

Die zweite Gruppe besteht aus denjenigen Methoden, welche den absoluten Wert der jeweilig herrschenden Beleuchtungsstärke anzeigen. Diese Messung kann entweder durch Vergleich mit einer künstlichen Lichtquelle bekannter Helligkeit oder durch Beurteilung der chemischen Einwirkung auf ein photographisches Papier erfolgen. Mittels des bekannten Weberschen Photometers sind zahlreiche hygienische Untersuchungen ausgeführt worden, und Weber selbst hat sich große Verdienste um die Aufstellung der zu fordernden Normalwerte erworben. So wurde festgestellt, daß als ausreichende Beleuchtung eines Arbeitsplatzes eine Helligkeit von 10 Meterkerzen in rotem Licht, die 25 Meterkerzen in weißem Licht äquivalent sind, anzusehen ist. Martens hat ein Photometer speziell für die Messung von Arbeitsplätzen konstruiert, das leicht transportabel ist und die Ablesung direkt in Meterkerzen gestattet. Der einfachste hierher gehörige Apparat ist der Wingensche Beleuchtungsprüfer, der auch auf dem Prinzip der Photometrie beruht, aber mit den denkbar einfachsten Hilfsmitteln ausgeführt ist. Freilich kann man auch nicht die Genauigkeit der Messung wie mit den andern Instrumenten erzielen.

Der Photometrie haftet für den vorliegenden

Zweck der prinzipielle Fehler an, daß sie nur einen einmaligen Wert ergibt und deshalb viele Messungen an verschiedenen Tagen und zu verschiedenen Zeiten erfordert, um ein endgültiges Urteil über einen bestimmten Platz abgeben zu können. Dasselbe gilt auch von denjenigen Apparaten, die durch Schwärzung eines photographischen Papieres die Beleuchtung ermitteln, wenn auch hier die Beobachtung sich über einen längeren Zeitraum erstreckt. Es müssen auch hierbei Proben an verschiedenen Tagen mit verschiedener Himmelshelligkeit angestellt werden.

Es war deshalb ein großer Fortschritt, als Weber in seinem Raumwinkelmesser ein Instrument schuf, das durch eine einmalige Untersuchung ein definitives Urteil über die Brauchbarkeit eines Arbeitsplatzes gestattet. Wir kommen damit zur dritten Gruppe von Methoden, die die räumliche Lage des Platzes allein berücksichtigen. Der Raumwinkelmesser gestattet, dasjenige Himmelsstück auszumessen, welches für die Beleuchtung des zu untersuchenden Platzes in Frage kommt. Aus der Größe dieses Himmelsstückes, das in Raumwinkelgraden ausgedrückt wird, können wir noch kein Urteil über den Platz gewinnen, man kann aber durch vergleichende Untersuchungen mit dem Photometer feststellen, welchem Raumwinkelgrade ein Platz mit normaler Beleuchtung entspricht. Hier hat Weber festgestellt, daß 50 Raumwinkelgrade das zu fordernde Minimum darstellen. Der Webersche Apparat bildet durch eine Linse von bestimmter Brennweite ein reelles Bild der Himmelsfläche auf einem in Quadrate abgeteilten Papierblatte ab. Die Größe der Quadrate ist so im Verhältnis zur Brennweite der Linse berechnet, daß jedes derselben einem Quadratgrade entspricht. Durch Ablesung des Elevationswinkels läßt sich dann leicht der reduzierte Raumwinkel des betreffenden Platzes berechnen. Ein Nachteil des Raumwinkelmessers ist es, daß das Auszählen der Quadrate immerhin einige Zeit erfordert. Deshalb hat Gotschlich eine Methode angegeben, um nur die Höhe des sichtbaren Himmelsstückes bei Vernachlässigung seiner Breite zu messen, indem er von der Voraussetzung ausging, daß meist die umgebenden Häuser mit horizontalen Linien das Himmelsstück begrenzen. Da dies aber für viele Fälle nicht zutrifft, so gibt auch Gotschlichs Methode nicht genügend genaue Resultate.

Ich habe dann vor einigen Jahren ein Instrument beschrieben, das demselben Zwecke dienen soll, aber insofern von den vorhergehenden abweicht, als es die Helligkeit des reellen Himmelsbildes mit der Platzhelligkeit vergleicht. Zu der Konstruktion desselben gelangte ich gelegentlich von Untersuchungen, die im Winter 1903/04 von Prof. Greeff im Auftrage des Kultusministeriums an Berliner Schulen über den Zusammenhang zwischen Kurzsichtigkeit und Schule ausgeführt wurden, und bei denen ich in drei Berliner Gymnasien die Helligkeit sämtlicher Plätze mit dem Raumwinkelmesser zu prüfen hatte. Der Gedanke, der meinem Instrument zugrunde liegt, eine Helligkeitsmessung ohne Benutzung einer konstanten Lichtquelle durch Vergleich zweier Helligkeiten aus derselben Lichtquelle erzielen zu wollen, erscheint auf den ersten Anblick als widersinnig. Denn wenn man mit irgendeinem Apparat an verschieden helle Plätze sich begibt, so werden eben alle Teile desselben auch verschieden hell beleuchtet. Hiervon gibt es aber eine Ausnahme, nämlich das reelle Bild des Himmels. Dieses ist stets gleich hell, wie weit man auch vom Fenster entfernt sein möge. Bekanntlich hat ja Helmholtz für unser Auge die Gültigkeit desselben Gesetzes nachgewiesen. Auch auf unserer Netzhaut ist das reelle Bild einer Lichtquelle stets ebenso hell, gleichgültig, wie weit wir uns von dieser Lichtquelle befinden. Denn die geringere Lichtmenge, die das Auge bei größerer Entfernung trifft, wird durch eine entsprechende Verkleinerung des reellen Bildes wieder kompensiert.

Die Konstruktion, welche sich auf diese Überlegung gründet, war nun folgende:

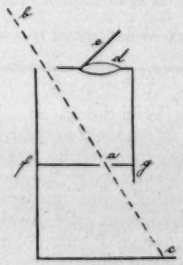


Fig. 1.

Ein allseitig geschlossenes Kästchen (Fig. 1) trägt in seinem Innern eine Papierfläche fg mit einer feinen Öffnung a. Senkrecht über dieser Öffnung a befindet sich eine Konvexlinse d von gegebener Apertur, und über der Konvexlinse ein Planspiegel e, welcher sich sowohl um eine horizontale wie um eine vertikale Achse frei drehen läßt. Die Brennweite der Konvexlinse d ist so gewählt, daß der Brennpunkt derselben in a liegt. In c befindet sich eine zweite Papierfläche, welche auf dem zu untersuchenden Platze aufliegt und somit die Beleuchtung des Platzes empfängt. Der Beobachter blickt nun in der Richtung der

punktierten Linie von *b* aus auf die Papierfläche *fg* mit ihrer Öffnung *a* hin und dreht den kleinen Planspiegel *e* so, daß ein Teil der Himmelsfläche in der Umgebung der Öffnung *a* abgebildet wird. Das Bild, das sich dann auf der Papierfläche *fg* zeigt, ist in der Fig. 2a und 2b dargestellt. Die Prüfung auf die Brauchbarkeit des Platzes geschieht nun einfach so, daß man beurteilt, ob die kleine Öffnung heller oder dunkler als das sie umgebende Bild der Himmelsfläche ist. Ist sie heller oder ebenso hell, so ist der Platz brauchbar, ist sie dunkler, so hat er nicht das vorgeschriebene Maß der durchschnittlichen Beleuchtung.

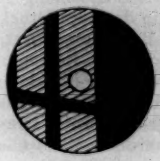


Fig. 2a.

Fig. 2b.

Fig. 2a stellt das Bild auf *fg* dar, wie es sich bei einem brauchbaren Platze, Fig. 2b wie es sich bei einem unbrauchbaren Platze zeigt.

Dabei wird freilich stillschweigend eine Voraussetzung gemacht, nämlich, daß die Himmelsfläche in ihren Teilen eine gleichmäßige Leuchtintensität besitzt. Dies wird nun zwar durchaus nicht immer der Fall sein. Für das kleine Stück aber, das bei den auf der Grenze der Brauchbarkeit liegenden Plätzen in Betracht kommt, ist gewöhnlich eine solche gleichmäßige Intensität vorhanden, wenigstens so weit, daß diese Messung möglich ist.

Die Apertur der Konvexlinse ist hier dasjenige, was als Maß der Helligkeit zu gelten hat. Einem Normalplatz, der 50 reduzierte Raumwinkelgrade freie Himmelsfläche besitzt, aber in einem Zimmer mit absolut schwarzen Wänden sich befindet, ist diejenige Beleuchtung gleichwertig, welche durch eine Konvexlinse von einer Apertur $= 1/7$ hervorgerufen wird, wenn diese von derselben Himmelsfläche beleuchtet wird. Für einen Normalarbeitsplatz dürfte die Apertur von $1/6$ zu verlangen sein. Ein Platz, der weniger als 50 reduzierte Raumwinkelgrade hat, aber von den Wänden so viel reflektiertes Licht erhält, daß er ebenso hell wie dieser Normalplatz ist, ist offenbar hygienisch ebenfalls als brauchbar zu erklären, und dies kommt hier dadurch zum Ausdruck, daß die Öffnung *a* auch noch ebenso hell wie die umgebende Himmelsfläche erscheinen wird.

Man bestimmt somit mit diesem Instrumente weder die absolute Helligkeit des Platzes noch den Raumwinkel, sondern eine Größe, die ich als äquivalente Apertur des Platzes bezeichnet habe. Der Vorteil, den die Messung mit diesem Instrument bietet, ist einmal die große Leichtigkeit und Schnelligkeit der Ausführung, dann aber werden hier diejenigen Plätze, auf die viel reflektiertes Licht fällt, ebenfalls als brauchbar sich darstellen. Ferner ist es möglich, dem Apparat eine sehr handliche Ausführung zu geben. Ich habe das Instrument in der Form konstruiert, wie es in Fig. 3 abgebildet ist.

Fig. 3.

Für einen großen Vorteil der Konstruktion sah ich es an, daß die Lage der Vergleichsfläche auf dem Arbeitsplatze dieselbe wie die eines Buches oder Schreibheftes ist und daß der Beobachter in derselben Richtung auf die Vergleichsfläche blickt wie der Schüler auf sein Buch, daß er also ohne weiteres die richtige Lichtmenge zur Beurteilung bekommt, ohne eine Neigung der Vergleichsfläche und Umrechnung vornehmen zu müssen. Ein fernerer Vorteil ist die große Handlichkeit des Apparates, derselbe läßt sich in einem kleinen Taschenetui unterbringen.

Auf eine genaue Messung der äquivalenten Apertur hatte ich verzichtet, sondern dem Instrument nur drei auswechselbare Blenden beigegeben, die einer Apertur von $1/5$, $1/6$ und $1/7$ der Brennweite entsprechen. In meiner früheren Publikation[1]) sagte ich betreffs dieser Frage:

1) Über die Methoden der Tageslichtmessung und einen neuen einfachen Beleuchtungsprüfer. Hygienische Rundschau 1904. Nr. 18.

„Es wäre ja falsch, etwa durch eine Irisblende die Apertur der Konvexlinse d zu verändern und hiernach genaue Zahlenwerte festzusetzen. Dies würde wohl bei ganz gleichmäßig trübem Wetter möglich sein, wenn die Himmelsfläche etwa wie eine Mattglasscheibe erscheint. Mir scheint es jedoch für die praktische Verwendbarkeit geeigneter zu sein, daß der Konvexlinse eine bestimmte Apertur gegeben wird." Seitdem ist es von verschiedenen Beobachtern, die mein Instrument benutzt haben, als ein Mangel desselben empfunden worden, daß damit keine genauen Messungen vorzunehmen sind. Ich habe mich deshalb entschlossen, neben der alten Konstruktion das Instrument in einer neuen Form von der Firma Franz Schmidt & Haensch anfertigen zu lassen, die eine genaue Messung der äquivalenten Apertur gestattet. Besonders folge ich hierin einer Anregung des Herrn Prof. Reichenbach, der mir zur Anbringung einer regulierbaren Irisblende geraten hat. Das neue Instrument muß außerdem insofern eine Abänderung erfahren, als der Durchmesser der Konvexlinse größer gewählt und dieselbe achromatisch gemacht wird, um einen größeren Spielraum in der Messung zu bekommen. Es sind dann Messungen bis zu einer Apertur von $^1/_3$ möglich, die schon ziemlich hellen Plätzen entspricht. Freilich muß damit der Nachteil in Kauf genommen werden, daß die Dimensionen des Instruments etwas größere werden. Im übrigen aber habe ich die Anordnung der Vergleichsfläche und der Beobachtungsrichtung als durchaus zweckmäßig beibehalten.

(Eingegangen 21. Oktober 1908.)

Die Lorenzsche Theorie der Kreiselräder.

Von R. Löwy.

Herr Prof. H. Lorenz hat in dieser Zeitschrift[1]) und in zahlreichen anderen Veröffentlichungen eine hydrodynamische Theorie veröffentlicht, die Gegenstand zahlreicher Untersuchungen wurde. So ist auch in dieser Zeitschrift (8, 314) Herr R. v. Mises sowohl gegen die Grundlagen als auch gegen die Durchführung der Theorie selbst aufgetreten und will einige Irrtümer, teils mathematischer, teils physikalischer Natur feststellen. Die nachstehenden Ausführungen sollen nun zeigen, daß die Grundlagen der Lorenzschen Theorie den physikalischen Bedingungen vollauf Genüge leisten, und daß die diesbezüglichen Einwände R. v. Mises' hinfällig sind.

1) Diese Zeitschr. **6**, 82, 206, 1905 und **8**, 139, 1907.

Prof. Lorenz geht bei seinen Berechnungen und Untersuchungen von den Eulerschen Gleichungen aus, die er um ein Glied vermehrt hat, welches der Unstetigkeit des Druckes an den Schaufelwandungen Rücksicht tragen soll. Die Eulersche Gleichung in Richtung s genommen:

$$\frac{\partial p}{\partial s} = \frac{\gamma}{g}\frac{dv_s}{dt} - \frac{\gamma}{g}P_s \qquad (1)$$

bringt eine Beziehung zwischen der Druckzunahme $\frac{\partial p}{\partial s}$, der Flüssigkeitsbeschleunigung $\frac{dv_s}{dt}$ und der äußeren einwirkenden Beschleunigung P_s zum Ausdruck. Diese Gleichung gilt jedoch nur in einem Raume, in dem der Druck p durchweg stetig ist. Welche Beziehungen treten nun ein, wenn der Druck dieser Bedingung nicht durchweg genügt? Strömt die Flüssigkeit beispielsweise zwischen feststehenden Schaufelflächen, so wird wohl im allgemeinen der Druck an diesen Flächen unstetig werden. Wir wollen uns nun eine Reihe von Schaufelräumen vorstellen und den Druck p als Funktion einer die Schaufeln durchsetzenden Bahn s darstellen. Bezeichnet man an einer Seite der Schaufel (Unstetigkeitsfläche) — entsprechend dem Wege s_n — den Druck mit p_n und auf der anderen Seite der Fläche mit (s_n') p_n' so wird

$$\left.\begin{aligned} p = p_0 + \int_0^{s_1}\frac{\partial p}{\partial s}\,ds + (p_1' - p_1) + \int_{s_1'}^{s_2}\frac{\partial p}{\partial s}\,ds \\ + (p_2' - p_2)\cdots = p_0 + \sum_0^m \int_{s_n'}^{s_{n+1}}\frac{\partial p}{\partial s}\,ds \\ - \sum_0^m \Delta p_n. \end{aligned}\right| \qquad (2)$$

Die Differenz $\Delta p_n = p_n - p_n'$, welche wir uns positiv vorstellen wollen, stellt daher den Überdruck an einer Stelle der Unstetigkeitsfläche dar.

Wir lassen nun die Schaufelräume unendlich klein werden und sind dann die Schaufelflächen unendlich nahe.

Für den Grenzübergang soll der Ausdruck

$$\frac{p_n - p_n'}{s_n' - s_n}$$

einen positiven endlichen Grenzwert besitzen und dann kann man schreiben:

$$\lim \frac{p_n - p_n'}{s_n' - s_n} = \lim \frac{\Delta p_n}{\Delta s_n} = q_s \text{ oder } \Delta p_n = q_s \Delta s_n.$$

Beim Grenzübergang fallen im ersten Summanden der Gleichung (2) die Grenzen der aufeinanderfolgenden Integrale zusammen, d. h. $s_n = s_n'$ und kann das Σ-Zeichen daher entfallen. Nach-

dem aber weiter $p_n = p_n'$ wird, so ist nun der Druck in der Flüssigkeit stetig veränderlich und die Gleichung (2) lautet dann:

$$p = p_0 + \int_0^s \frac{\partial p}{\partial s}\, ds - \int_0^s q_s\, d_s. \qquad (3)$$

Man hat sich somit den Raum von unendlich vielen, unendlich nahe liegenden Schaufeln durchzogen zu denken, der Flüssigkeitsdruck p ist durchweg stetig und den zusätzlichen Schaufeldrucken wird man durch die Größe q gerecht. Leitet man nunmehr die Eulerschen Gleichungen für einen derartigen Raum ab, so hat man nur in Gleichung (1) für $\frac{\partial p}{\partial s}$ nun $\frac{p}{\partial s} - q_s$ einzuführen, denn auf Grund der Gleichung (3) wird die totale Druckzunahme in der Richtung s nunmehr

$$\frac{dp}{ds} = \frac{\partial p}{\partial s} - q_s.$$

Somit lauten die Grundgleichungen bei gleichzeitiger Transformation in das rechtwinklige Koordinatensystem

$$\frac{\partial p}{\partial x} - q_x = \frac{\gamma}{g}\frac{dv_x}{dt} - \frac{\gamma}{g} X \text{ usw.} \qquad (4)$$

Fügt man zu diesen Gleichungen die Kontinuitätsbeziehung hinzu:

$$\frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} + \frac{\partial v_z}{\partial z} = 0, \qquad (5)$$

so ist das Problem noch nicht vollständig fixiert. Dies kann erst geschehen, wenn über die absolute Lage der Schaufelfläche eine Disposition getroffen wird.

Wir machen nunmehr die Annahme, die Schaufelflächen $F(xyz) = \text{konst}$ bewegen sich im Raume mit der Translationsgeschwindigkeit $u_x = \frac{dx}{dt}$ . . . fort und vollführen eine Rotation um die x-Achse mit der Winkelgeschwindigkeit $\omega_x = \frac{d\alpha_x}{dt}$ . . . Bezeichnet man nun die relativen Koordinaten mit ξ, η, ζ und die relativen Geschwindigkeiten mit $w_\xi w_\eta w_\zeta$, so herrschen zwischen allen diesen Größen die Beziehungen

$$dx = d\xi + dx + (z\, d\alpha_y - y\, d\alpha_z)$$

oder

$$v_x = w_x + u_x + (z\,\omega_y - y\,\omega_z). \qquad (6)$$

Es sind nun die Beziehungen zwischen dem Schaufeldrucke q und den Schaufelflächen F festzustellen. Schreitet man im relativen System längs dieser Flächen fort und wendet hierbei Gleichung (3) an, so ist ersichtlich, daß $\frac{dp}{ds} = \frac{\partial p}{\partial s}$ und $q_s = 0$, da man bei dieser Fortschreitung keine Schaufelflächen schneidet. Hieraus ergibt sich:

$$q_x d\xi + q_y d\eta + q_z d\zeta = \Sigma q_x d\xi = 0,$$

oder

$$\frac{q_\xi}{F_\xi'} = \frac{q_\eta}{F_\eta'} = \frac{q_\zeta}{F_\zeta'} \qquad (7)$$

und mit Berücksichtigung von (6) findet man dann, daß

$$dE = \Sigma q_x dx = \Sigma q_x \overline{dx} + \Sigma m_x d\alpha_x,$$

wobei m_x das Moment der Schaufelkraft um die x-Achse ist. Obige Gleichung bringt zum Ausdruck, daß die Arbeit der Schaufelkräfte zum Teil von der Translation, zum Teil von der Rotationsbewegung herrührt.

Die relativen Strombahnen müssen offenbar auf den Schaufelflächen F liegen, weshalb ferner

$$F_\xi' w_\xi + F_\eta' w_\eta + F_\zeta' w_\zeta = 0 \qquad (8)$$

ist.

Die bis nun abgeleiteten Beziehungen setzen uns instand, das hier in Frage kommende Problem vollständig zu präzisieren. Als gegeben sind anzusehen: das äußere Kräftesystem X, Y, Z, die Schaufelflächen $F(\xi, \eta, \zeta) = \text{konst}$ sowie die Bewegung derselben, d. h. $u_x\ u_y\ u_z$ und ω_x, ω_y, ω_z. Diese Angaben genügen vollständig, um folgende Aufgabe zu lösen: Es sind jene Strömungen aufzusuchen und ihre Druck- und Geschwindigkeitsverhältnisse festzustellen, die auf einer vorgeschriebenen Schar $F(\xi\eta\zeta) = \text{konst}$ von Schaufelflächen vor sich gehen. Die speziellen Grenzbedingungen — z. B. die Oberflächenbedingungen — spezialisieren dann das allgemeine Problem. Als unbekannte Größen hat man die absoluten Geschwindigkeiten $v_x v_y v_z$, den Flüssigkeitsdruck p und den Schaufeldruck $q_x q_y q_z$ — somit 7 Unbekannte aufzufassen. Die nötigen Bestimmungsgleichungen sind nun folgende: Die drei Euler-Lorenzschen Gleichungen (4), die Kontinuitätsbeziehung (5), die Aussage, daß der Schaufeldruck auf das relative Wegelement normal steht (7) — zwei Beziehungsgleichungen — und die Gleichung (8), welche die Lage der Strombahnen in bezug auf die Schaufelflächen feststellt.

Es stehen somit tatsächlich sieben Gleichungen zur Verfügung, die die obigen Unbekannten bestimmen. In diesem Sinne ist das Problem der Euler-Lorenzschen Gleichungen aufzufassen und erweisen sich daher die Einwände des Herrn R. v. Mises gegen diese Theorie, insbesondere die Absätze 1, 2 und 3c seiner Studie als ungerechtfertigt.

Es mögen noch einige Bemerkungen zur Erläuterung dieser Theorie hier gebracht werden. Vergleicht man die hier gegebene Entwicklung mit der von Prof. Lorenz, so fällt auf, daß die Dimension von q hier eine andere ist. Dies ist mit Absicht geschehen, da die Ähnlichkeit von q mit dem Oberflächendruck p eine größere zu sein scheint als mit den Massenkräften. Daß

man aber auch q als Massenkraft auffassen kann, ist zweifellos zulässig und so erscheint in den Gleichungen von Prof. Lorenz, wo hier einfach q_x steht, dortselbst $\frac{\gamma}{g} q_x$. Diese Auffassung läßt sich aber auch analytisch rechtfertigen, immerhin dürfte aber die hier gegebene Entwicklung anschaulicher sein.

Des weiteren möge noch darauf hingewiesen werden, daß das hier dargelegte Problem eine Erweiterung erfahren kann, insofern man die Bewegung der Schaufelflächen nicht als gegeben ansieht, sondern sowohl von äußeren Kräften als auch von den Schaufeldrucken abhängig. In diesem Falle sind auch $u_x u_y u_z$ und $\omega_x \omega_y \omega_z$ als unbekannte Größen aufzufassen und treten dann hierfür zu den früher erwähnten 7 Gleichungen jene 6 Gleichungen, welche das d'Alembertsche Prinzip für das mechanische System der Schaufelflächen repräsentieren. Damit ist folgende allgemeine Aufgabe gelöst:

Es ist die Bewegung einer mit Masse belegten (geg.) Flächenschar zu finden, auf welche sowohl äußere Massenkräfte (Kraftfeld I) als auch Oberflächenkräfte einwirken, wobei die letzteren von einer auf der Flächenschar strömenden Flüssigkeit herrühren, deren Druck im übrigen von anderen äußeren Massenkräften (Kraftfeld II) abhängt.

Wien, den 13. Oktober 1908.

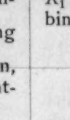
(Eingegangen 16. Oktober 1908.)

Über das sogenannte Asymmetrieprodukt.

Von Emil Bose.

Im Jahre 1890 und in den nächstfolgenden Jahren erweckten Arbeiten von Philippe A. Guye berechtigtes Aufsehen, in denen derselbe für das molekulare Drehungsvermögen optisch aktiver organischer Verbindungen Beziehungen entwickelte, die auf den ersten Blick sehr viel Bestechendes für sich hatten[1]).

Bekanntlich hat sich als die Conditio sine qua non[2]) für eine spontane optische Aktivität im flüssigen, gelösten oder gasförmigem Zustande das Vorhandensein eines oder mehrerer „asymmetrischer" Kohlenstoffatome im Molekül ergeben, d. h. solcher Kohlenstoffatome, deren vier Valenzen durch vier verschiedene Radikale, R_1 bis R_4, abgesättigt sind. Eine solche Verbindung wollen wir



schreiben. Die vier Gruppen können, nach den Ecken eines Tetraeders gruppiert, auf zwei verschiedene Arten an dem asymmetrischen Kohlenstoffatom angebracht werden, wodurch zwei sich wie Objekt und Spiegelbild zueinander verhaltende Modifikationen, entsprechend dem rechts und links drehenden Individuum, entstehen. Daher mußte die Funktion, welche das molekulare Drehungsvermögen darstellen soll, zunächst die Eigenschaft haben, daß eine Vertauschung zweier beliebiger Gruppen lediglich einen Zeichenwechsel, aber keinerlei Änderung im Absolutwert der Funktion mit sich führt.

Eine zweite wichtige Eigenschaft der Funktion muß die sein, daß sie sofort den Wert Null liefert, sowie die Grundbedingung jeder Asymmetrie, vier verschiedene Gruppen, nicht mehr erfüllt ist. Einen mathematischen Ausdruck, der diesen Forderungen genügt, hat nun Guye wirklich gefunden.

Schreiben wir den vier Gruppen R_1 bis R_4 im asymmetrischen Molekül je eine geeignete Gruppenkonstante c_1 bis c_4 zu und ist f ein Proportionalitätsfaktor, so können wir für das molekulare Drehungsvermögen D_m[1]) mit Guye den Ansatz machen:

$$D_m = f \cdot \frac{(c_1-c_2)(c_1-c_3)(c_1-c_4)(c_2-c_3)(c_2-c_4)(c_3-c_4)}{(c_1+c_2+c_3+c_4)^6}$$

oder, was für unsere Betrachtungen dasselbe leistet, den Ansatz:

$$D_m = f \cdot (c_1-c_2)(c_1-c_3)(c_1-c_4)(c_2-c_3)(c_2-c_4)(c_3-c_4)^2).$$

In der Tat genügen die vorstehenden Ausdrücke beide den obigen Forderungen, denn vertausche ich zwei beliebige Gruppen miteinander, so wechselt jeder Ausdruck sein Vorzeichen unter Beibehaltung seines jeweiligen numerischen Wertes; setze ich zwei beliebige Gruppen einander gleich, so wird sowohl der erste wie der

1) Ganz ähnliche Ideen wurden gleichzeitig mit Guye von Crum Brown ausgesprochen, doch hat sich an der weiteren Ausbildung der Frage nur der erstere weiter betätigt. Bezüglich der umfangreichen Literatur über diesen Gegenstand muß hier auf Landolt, Optisches Drehungsvermögen, 2. Aufl. 1898, verwiesen werden, wo dieselbe bis 1897 inkl. ziemlich vollständig zu finden ist.

2) Wir sehen hier absichtlich ab von der durch andere Elemente als Kohlenstoff hervorgerufenen optischen Aktivität, desgleichen von zyklischen Verbindungen, bei denen die Verhältnisse scheinbar komplizierter liegen.

1) Mit der Bezeichnung D_m für das „molekulare Drehungsvermögen" einer Verbindung lasse ich zunächst die Frage offen, wie man dasselbe definieren will, ob man, wie meist üblich, setzen will

D_m = Molekulargewicht $\times$ spezifische Drehung $= M \cdot [\alpha]$ oder

$$D_m = \frac{\alpha}{l} \sqrt[3]{\frac{M}{d}}.$$

2) Mit diesem Ansatz erörtert z. B. auch Nernst den Gegenstand in seiner Theoretischen Chemie, 5. Aufl., S. 338.

zweite Ausdruck stets Null. Damit sind tatsächlich die grundlegenden Forderungen, die wir an Formelausdrücke für das molekulare Drehungsvermögen stellen müssen, erfüllt.

Was nun aber die Bedeutung der vier Gruppenkonstanten c_1 bis c_4 betrifft, so hatte in der Wahl derselben Guye wenig Glück. Er vermutete, daß für die Größe des molekularen Drehungsvermögens das Produkt aus Gruppenmasse mal Schwerpunktabstand vom asymmetrischen Kohlenstoffatom bestimmend sei, und da die fraglichen Abstände zwar unbekannt waren, aber der Größenordnung nach wenigstens einander gleich sein mußten, so begnügte sich Guye damit, die Gruppenmassen allein als das Bestimmende anzusehen. Diese Annahme erwies sich als wenig glücklich und die Folge war, daß nach einem jahrelangen Für und Wider, in welches eine große Zahl von organischen Chemikern eingriff und nachdem die Literatur über diesen Gegenstand einen gewaltigen Umfang angenommen hatte, schließlich Guyes Anschauungen als unhaltbar anerkannt und verlassen wurden. Namentlich seitdem Guye selbst anerkannt hat, daß in der von ihm gewählten Form die Lehre vom Asymmetrieprodukt nicht aufrecht zu erhalten ist, ist es still geworden über die früher so lebhaft diskutierte Frage und man hat sich in weiten Kreisen gewöhnt, die ganze Fragestellung als verfehlt zu betrachten.

Nun dürfte jedoch meines Erachtens in diesem Falle beträchtliche Wahrscheinlichkeit bestehen, daß man das Kind mit dem Bade ausgeschüttet hat und es erscheint mir als eine durchaus dankenswerte und sogar für die Erkenntnis der Beziehungen zwischen physikalischen Eigenschaften und Konstitution wichtige Aufgabe, die Aufmerksamkeit der Physiker wie der Chemiker von neuem auf diesen Gegenstand zu lenken.

Der Grund für den Mißerfolg und das völlige Versagen der Guyeschen Vorstellungen liegt meines Erachtens lediglich in den viel zu speziellen Voraussetzungen, welche über die den einzelnen Radikalen zugeordneten Gruppenkonstanten gemacht worden sind. Hätte auch die Einführung der Momente, mit denen die einzelnen Gruppen am asymmetrischen Kohlenstoffatom angreifen, eine gewisse Wahrscheinlichkeit für sich gehabt, so brachte doch schon die Unkenntnis der in die Momente eingehenden Schwerpunktsabstände und die als Notbehelf eingeführte Gleichsetzung derselben eine durchgreifende Vernachlässigung mit sich, die um so schwerer wiegt, als der entscheidende Ausdruck aus Differenzen aufgebaut ist.

Mehr denn alles andere aber spricht für die Unzulänglichkeit des Massenasymmetrieproduktes die folgende Betrachtung. Bezeichnen wir das Molekularprodukt der Verbindung mit M, die Massen der vier Radikale R_1 bis R_4 mit m_1 bis m_4, so können wir, da

$$m_1 + m_2 + m_3 + m_4 + 12 = M$$

ist, schreiben:

$$D_m = f \cdot \frac{(m_1-m_2)(m_1-m_3)(m_1-m_4)(m_2-m_3)(m_2-m_4)(m_3-m_4)}{(M-12)^6}$$

Nun ist zu beachten, daß D_m keineswegs konstant, sondern in hohem Grade Funktion von Temperatur T und Wellenlänge λ ist. Das kann in obiger Formel nur dadurch zum Ausdruck kommen, daß der universelle Proportionalitätsfaktor f als Funktion von T und λ angesehen wird. Dann folgt aber sofort, daß nach Guye alle[1]) optisch aktiven Substanzen in gleicher Weise ihr Drehungsvermögen mit Temperatur und Wellenlänge ändern müßten, wovon in Wirklichkeit aber absolut nicht[2]) die Rede ist. Die gleiche Betrachtung gilt natürlich auch für den einfacheren Ausdruck ohne die 6. Potenz im Nenner, sobald wir die Gruppenkonstanten mit den Massen identifizieren.

Nun fragt es sich, ob und eventuell in welcher Weise wir in der Lage sein werden, ohne die allzu speziellen Annahmen Guyes auszukommen?

Ein zweifellos auf den ersten Blick sehr viel rationellerer Weg scheint die Unterlassung jedweder Voraussetzung über die Bedeutung der Gruppenkonstanten und statt dessen die Bestimmung derselben aus vorliegendem Beobachtungsmaterial zu sein. Dabei würden die Gruppenkonstanten selbst je nach Temperatur und Lichtsorte variieren können, also als Funktionen: $c_1(T, \lambda)$; $c_2(T, \lambda)$ usw. anzusehen sein. Da in dem jeweiligen Ausdruck für D_m sich die vier c-Werte der einzelnen Gruppen kombinieren, so resultiert durchaus individuelles Verhalten der einzelnen Verbindungen gegenüber Temperaturänderungen, sowie in den Dispersionsverhältnissen. Zunächst würde es dann etwa Ziel der Berechnung sein, die c-Werte für Natriumlicht und Zimmertemperatur zu ermitteln.

Dieser scheinbar klar vorgezeichnete Weg

1) Auch die Substanzen mit mehr als einem asymmetrischen Kohlenstoffatom, da hier nach dem von Guye ausgesprochenen Superpositionsprinzip D_m gleich einer Summe analoger Ausdrücke wird.

$$D_m = \frac{f}{(M-12)^6} \Sigma + (\ )(\ )(\ )(\ )(\ )(\ ).$$

In den sechs angedeuteten Klammern stehen dann jeweils die sechs Massendifferenzen der verschiedenen Gruppen, die an das betreffende asymmetrische Kohlenstoffatom gebunden sind, die Summe erstreckt sich über alle asymmetrischen Kohlenstoffatome. Mit Hilfe dieses Superpositionsprinzips lassen sich sämtliche optischen Isomeren gleicher Formel richtig vorhersehen.

2) Nicht nur, daß der Dispersionsverlauf für verschiedene Verbindungen außerordentlich verschieden sein kann, variiert auch die Temperaturabhängigkeit nicht nur der Größe, sondern auch dem Vorzeichen nach. Vergl. z. B. die auf S. 862 zitierte Arbeit von Chr. Winther.

hat aber seine großen Schwierigkeiten, die ihn zunächst völlig ungangbar erscheinen lassen.

Es läßt sich zwar, obgleich die einzelne Gleichung jedesmal vier Unbekannte enthält, leicht eine hinreichende Anzahl von Bedingungsgleichungen erhalten, da schon die Hinzuziehung von einer 5. Gruppe den Aufbau von 5 optisch aktiven Substanzen [1234, 1235, 1245, 1345, 2345] ermöglicht, so daß also ausreichend Bestimmungsgleichungen vorliegen. Zieht man weitere Gruppen heran, so wächst die Zahl der kombinatorisch möglichen optisch aktiven Substanzen alsbald kolossal an, überschreitet bei weitem die Zahl der wirklich bekannten Verbindungen und hier fände eine wohlbegründete Anwendung des Asymmetrieproduktes ein beliebig ausgedehntes Anwendungsgebiet. Auch die Zahl der untersuchten Verbindungen wächst weit über die Zahl der zu bestimmenden Unbekannten hinaus, so daß sofort Gelegenheit zur Erprobung der ermittelten Werte vorläge, resp. an eine Ermittelung derselben mit Hilfe der Ausgleichsrechnung zu denken wäre.

Leider aber sind die Gleichungssysteme algebraisch nicht auflösbar, da schon die einzelnen Gleichungen Kombinationen 6. Grades der Unbekannten enthalten. Auf die algebraische Schwerfälligkeit des Problems ist es wohl zurückzuführen, daß der Weg, die Gruppenkonstanten ohne jede theoretische Voraussetzung über ihre Bedeutung aus Beobachtungsdaten zu ermitteln, bisher meines Wissens niemals betreten worden ist. Dies algebraische Hindernis besteht nicht nur für die eigentliche Guye-sche Form des Ausdrucks für D_m, sondern auch für die einfachere Form ohne Nenner.

Trotzdem macht die eigenartige Form der Funktion, wenigstens im zweiten Falle, das Problem für eine Lösung durch systematisches Probieren keineswegs ungeeignet und wenn auch das bisher vorliegende Zahlenmaterial für eine durchgreifende Durchführung noch keineswegs geeignet erscheint, so läßt sich doch leicht zeigen, daß man durch diese Näherungsmethode eine Annäherung an die Erfahrung erzielt, die unvergleichlich viel besser ist, als es durch die Einführung der Massen nach Guye möglich war.

Auf diese rechnerische Seite des Problems einzugehen, soll einer demnächst an anderer Stelle erfolgenden Veröffentlichung vorbehalten bleiben. Hier will ich nur kurz zeigen, auf welchem Wege in völlig einwandfreier Weise ein Experimentum crucis dafür zu erbringen ist, ob die Anschauungsweise Guyes in der von uns verallgemeinerten Form überhaupt berechtigt ist oder nicht. Die Erfahrung hat gezeigt, daß das optische Drehungsvermögen in hohem Grade sowohl mit der Temperatur als mit der Natur des angewandten Lichtes variiert. Beispiele dafür sind besonders vollständig von Chr. Winther[1]) untersucht worden. Winther hat bei seinen Versuchen Stoffe mit zwei asymmetrischen Kohlenstoffatomen untersucht und zwei Substanzen gefunden, welche für gewisse Farben bei geeigneter Temperatur einen Vorzeichenwechsel des Drehungsvermögens erleiden.

Es dürfte durch systematische Versuche sicherlich gelingen, auch eine Substanz mit nur einem asymmetrischen Kohlenstoffatom zu finden, für die ein gleiches der Fall ist. Bis jetzt ist meines Wissens noch kein solcher Fall wirklich beobachtet[2]). Sobald aber auch nur eine einzige derartige Substanz gefunden sein wird, haben wir in folgender Betrachtung die strenge Prüfungsmöglichkeit der erweiterten Lehre vom Asymmetrieprodukt.

Es wird für ein bestimmtes Wertpaar T und λ $D_m = 0$. Gleichviel, ob wir den Ausdruck mit oder ohne Nenner unseren Betrachtungen zugrunde legen, kann D_m nur Null werden, wenn eine der sechs Differenzen Null wird; d. h. für die betreffende Wellenlänge werden zwei von den vier Konstanten c_1 bis c_4 einander gleich. Welche der sechs dafür gegebenen Möglichkeiten vorliegt, ist nicht direkt zu entscheiden, doch muß, falls die Ausdrücke für D_m den Tatsachen Rechnung tragen, jedenfalls bei gleicher Temperatur und Wellenlänge jede Substanz, welche bei nur einem asymmetrischen Kohlenstoffatom das betreffende Gruppenpaar enthält, das Drehungsvermögen Null besitzen. Nun lassen sich leicht ein paar Substanzen herstellen, welche, zusammengenommen, sämtliche Möglichkeiten umfassen und von denen also wenigstens eine unter den betreffenden Bedingungen nicht drehend sein muß.

Um eine solche Substanzkollektion zu erhalten, brauchen wir nur eine einzige neue Gruppe R_5 mit der Konstanten c_5 hinzuzunehmen und etwa die Substanzen

$$C\begin{matrix}R_1\\R_2\\R_3\\R_5\end{matrix} \qquad (c_1-c_2)(c_1-c_3)(c_2-c_3)$$

$$C\begin{matrix}R_1\\R_2\\R_5\\R_4\end{matrix} \qquad (c_1-c_2)(c_1-c_4)(c_2-c_4)$$

1) Vgl. z. B. D. Kgl. Danske Vidensk. Selsk. Skr. [6] 11, 145, 1902, sowie Zeitschr. f. phys. Chem. **41**, 161, 1902.

2) Es lassen sich aber aus der vorliegenden Literatur schon mit voller Sicherheit geeignete Fälle signalisieren; z. B. muß der von Frankland und Wharton (Journ. of chem. Soc. **75**, 339, 1899) untersuchte *p*-Toluylapfelsäurediäthylester sogar unter bequem zugänglichen Bedingungen den Vorzeichenwechsel des Drehungsvermögens aufweisen, nämlich für Natriumlicht bei etwa 17—18° Celsius, da sein $[\alpha]_D$ für 136° C 7,31° beträgt und bis 20° C fast linear auf den Wert 0,22° abnimmt.

$$C\begin{cases} R_1 \\ R_2 \\ R_3 \\ R_4 \end{cases} \quad (c_1-c_3)(c_3-c_4)(c_1-c_4)$$

zu untersuchen.

Jeder D_m-Ausdruck für eine dieser drei Substanzen enthält drei der Differenzen [1]), die im D_m-Ausdruck für die Null-Substanz

$$C\begin{cases} R_1 \\ R_2 \\ R_3 \\ R_4 \end{cases}$$

vorkommen [2]), alle drei zusammen aber enthalten sämtliche sechs möglichen Differenzen. Demnach muß wenigstens eine dieser drei Substanzen ebenfalls bei den betreffenden Werten von T und λ das Drehungsvermögen Null besitzen. Ist das nicht der Fall, sind vielmehr alle drei zweifellos optisch aktiv, so ist die Lehre vom Asymmetrieprodukt ohne jeden Zweifel zu verwerfen. Ehe nicht in dieser Weise der einwandfreie Nachweis erbracht ist, daß der Grundgedanke der Lehre vom Asymmetrieprodukt falsch ist, liegt die Gefahr nahe, daß mit dem Aufgeben derselben ein höchst wertvoller Gesichtspunkt für das Gebiet der spontanen Aktivität verworfen wird.

1) Dieselben sind gleich neben jede der Verbindungen gesetzt. — 2) Vergl. S. 860, 2. Kol.

(Eingegangen 12. Oktober 1908.)

VORTRÄGE UND DISKUSSIONEN VON DER 80. NATURFORSCHERVERSAMMLUNG ZU KÖLN.

A. Bestelmeyer (Göttingen), Luftdruckvariometer zur Messung der Vertikalgeschwindigkeit bei Ballonfahrten.

Ich möchte Ihnen hier kurz ein Instrument [1]) zeigen, daß dazu dient, die Vertikalgeschwindigkeit eines Luftballons, also die Geschwindigkeit des Steigens und Fallens, direkt abzulesen. Befindet sich der Ballon mit der umgebenden Luft im Gleichgewicht, so zeigt das Instrument gleichzeitig die Geschwindigkeit auf- und absteigender Luftströme an.

Die Vertikalgeschwindigkeit läßt sich mittels des Barometers, Barographs oder besser des empfindlichen Statoskops und einer Uhr jederzeit bestimmen; es sind dazu aber immer zwei Druckablesungen und eine Zeitmessung erforderlich, während bei diesem Instrument eine einzige Ablesung die Geschwindigkeit, zwei Ablesungen in kurzem Zeitintervall aber bereits die Zu- oder Abnahme der Geschwindigkeit, die Beschleunigung ergeben.

Das Statoskop besteht bekanntlich aus einer durch einen Hahn oder dergleichen geschlossenen Flasche und einem empfindlichen Manometer, das den Druckunterschied zwischen dem Innern der Flasche und der äußeren Atmosphäre anzeigt. Man muß also zunächst den Hahn schließen und nach einer bestimmten Zeit die Einstellung des Manometers ablesen. Diese gibt dann die in der betreffenden Zeit vollzogene Höhenänderung.

Andererseits ist in der Meteorologie ein von v. Hefner-Alteneck eingeführtes Luftdruckvariometer in Verwendung, das schematisch in Fig. 2 abgebildet ist. Abgesehen von einer etwas anderen Form des Manometers, unterscheidet es sich von dem Statoskop dadurch, daß der Hahn usw. durch eine feine Öffnung ersetzt ist. Das Hefner-Altenecksche Variometer dient dazu,

1) Das Instrument (D.R.G.M.) war mir in dankenswerter Weise von der Firma Spindler & Hoyer in Göttingen für die Demonstration zur Verfügung gestellt.

Fig. 1. Statoskop.

Fig. 2. Luftdruck-Variometer nach v. Hefner-Alteneck.

die schnellen kleinen Luftdruckschwankungen der Atmosphäre mit großer Empfindlichkeit anzuzeigen. Damit nun die stetig verlaufenden langsamen Änderungen des Barometerstandes nicht ein allmähliches Hinausschieben des Petroleumtropfens aus dem Manometer bewirken, ist durch die feine Öffnung die Möglichkeit allmählichen Druckausgleiches gegeben, so daß sich der Druck im Innern der Flasche stets nur wenig von dem mittleren Druck der äußeren Atmosphäre unterscheidet. Die Größe der Öffnung ist dabei innerhalb gewisser Grenzen gleichgültig und ohne nennenswerten Einfluß auf die Angaben des Instruments.

Man kann nun aus dem Hefner-Alteneckschen Instrument durch Anbringung eines geeigneten Manometers und einer wohl definierten Öffnung bestimmter Größe zu einem Instrument gelangen, das eine wesentlich andere Funktion hat, das nämlich nicht den momentanen Wert des Druckes (bezogen auf einen langsam variablen Nullpunkt) anzeigt, sondern nach wenigen Sekunden bereits eine der Geschwindigkeit der Änderung, und zwar der Geschwindigkeit der relativen Luftdruckänderung $\left(\frac{1}{p}\cdot\frac{dp}{dt}\right)$, also im Ballon der Vertikalgeschwindigkeit proportionale Einstellung annimmt. Der Vorgang ist dabei der: Sinkt (infolge Steigens des Ballons) der äußere Luftdruck, so strömt durch die Kapillare Luft aus, es sinkt also auch der Luftdruck im Innern der Flasche; infolge des Reibungswiderstandes der Kapillare bleibt aber der Luftdruck im Innern der Flasche etwas hinter dem äußeren zurück. Und dieses Zurückbleiben, das durch das Manometer gemessen wird, ist eben, wie die Theorie ergibt, proportional der Geschwindigkeit der relativen Luftdruckänderung.

Bezüglich der Einstellungsgeschwindigkeit ergibt sich, daß bei konstanter Beschleunigung das Ballonvariometer in dieser Ausführung stets

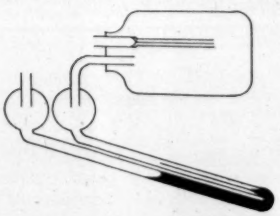


Fig. 3. Ballon-Variometer.

den Wert anzeigt, der etwa 3 Sekunden früher bestanden hat.

Der Unterschied der drei Instrumente wird vielleicht am deutlichsten an einem Beispiel. Denke ich mir den Ballon erst mit konstanter Geschwindigkeit steigend, dann sich horizontal bewegend und dann wieder mit konstanter Geschwindigkeit fallend, so würde das Statoskop diese Kurve beschreiben (Fig. 4), das Variometer

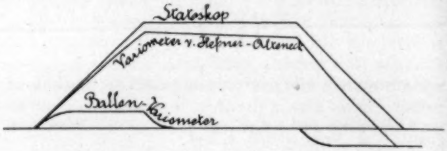


Fig. 4.

diese nahe daran liegende, die im ganzen den gleichen Charakter hat, das Ballonvariometer dagegen würde nach kurzer Zeit eine konstante Einstellung annehmen, dann rasch zum Werte Null fallen und endlich eine konstante negative Einstellung ergeben.

Ein Wort über die Fehlerquellen: Die wesentlichste ist die Temperatur; einerseits vermindert sie die Dichte der Luft, andererseits erhöht sie den Reibungswiderstand der Kapillare. Da beide Einflüsse entgegengesetzt wirken und die Dewarsche Flasche vorzüglich gegen Wärme isoliert, so sind die durch die Temperatur bedingten Fehler nur sehr selten von der Größe von 10 Proz. Solche Unsicherheit der Messung ist aber praktisch wohl ohne Bedeutung. Wesentlichen Wert habe ich dagegen bei der Konstruktion des Instruments auf die Konstanz des Nullpunkts gelegt. Die beiden Oberflächen der Flüssigkeit in den beiden Schenkeln liegen einander nahe und ungefähr senkrecht übereinander; dadurch ist der Nullpunkt ziemlich unabhängig von Schwankungen des Instruments. Andererseits sind die Abmessungen des Manometers derart gewählt, daß sich die Wärmeausdehnung des Petroleums und die Änderung des Kapillaritätskoeffizienten bei Temperaturänderungen des Manometers gegenseitig kompensieren.

Man könnte natürlich das Flüssigkeitsmanometer durch ein empfindliches Membranmanometer ersetzen, was im Ballon gewisse Vorteile hätte. Indessen müßte man dann wohl in den Ansprüchen an Empfindlichkeit und Einstellungsgeschwindigkeit erheblich herabgehen, vor allem aber würde der Nullpunkt die durch elastische Nachwirkung, Reibung usw. vom Aneroid her bekannte Unsicherheit der Einstellung erhalten. Ich habe deshalb vorgezogen, das Flüssigkeitsmanometer beizubehalten und durch entsprechende Konstruktion möglichst gegen Auslaufen zu sichern.

Diskussion.

Noack (Gießen): Hat der Vortragende einen Versuch mit dem von Fuchs angegebenen Membran-Manometer mit Flüssigkeitsfüllung gemacht, bei welchem nur eine geringe Trägheit vorhanden ist?

Bestelmeyer: Ich kenne das Manometer nicht.

(Eingegangen 20. Oktober 1908.)

H. Th. Simon (Göttingen), Über neuere Methoden der Erzeugung elektrischer Schwingungen.

M. H.! Als ich auf der Hamburger Naturforscherversammlung im Jahre 1901 gemeinsam mit Dr. Reich[1]) über die akustischen Erscheinungen des elektrischen Lichtbogens Bericht erstattete, konnte ich als jüngsten Sproß dieses Gebietes auch den von Duddell[2]) gefundenen selbsttönenden Lichtbogen vorführen. Mit Nachdruck haben wir schon damals und danach des öfteren[3]) die Überzeugung begründet, daß mit diesem schönen Versuche die Einfallpforte gefunden sei in ein verheißungsvolles Neuland, in das Gebiet ungedämpfter Hochfrequenzschwingungen, wo in gleicher Weise für die reine wie für die angewandte Physik wertvolle Ernte zu erwarten sei.

Das Göttinger Institut für angewandte Elektrizität hat sich seitdem um die Urbarmachung des neuen Geländes lebhaft und mit gutem Erfolge bemüht: es wurde die allgemeine Theorie der Erregung ungedämpfter Schwingungen mit Hilfe stationärer Gleichströme herausgearbeitet[4]); es wurde die Dynamik der Lichtbogenvorgänge erforscht und die für die „schwingungserregende Kraft des Lichtbogens" so bestimmende Erscheinung der Lichtbogenhysteresis entdeckt[5]). Aus der für diese Erscheinung entwickelten Theorie wurden alsdann die Wege vorausgesagt und beschritten[6]), auf denen der Duddellsche Versuch auch für die Erzeugung hochfrequenter Schwingungen ausgebaut werden konnte; ferner wurden mancherlei Erörterungen und Versuche angestellt, auf ganz anderen Wegen das Ziel der ungedämpften Hochfrequenzschwingungen zu erreichen, die inzwischen teilweise zu Erfolgen geführt haben[4]), u. a. m. Dankbar möchte ich hier anerkennen, daß die Jubiläumsstiftung der deutschen Industrie diese Arbeiten durch zweimalige Bewilligung von je 5000 Mk. unterstützt hat.

Die Technik der elektrischen Schwingungen verhielt sich lange Zeit allen geschilderten Anregungen gegenüber nur zu passiv, bis aus ihren eigenen Reihen heraus die unmittelbar auf das praktische Ziel gerichtete geniale Entdeckerfahrt des dänischen Ingenieurs Poulsen sie überzeugte, daß in der Tat in dem neuen Land etwas zu holen war[1]).

Seitdem ist sie mit aller Macht eingedrungen, und da sie den Boden wissenschaftlich gut bereitet und die Saat schon auf dem Halme fand, konnte sie flott ans Ernten gehen. So ist zurzeit eine besonders lebhafte und interessante Entwicklung in der Praxis der drahtlosen Telegraphie zu bemerken; die neuen Systeme der ungedämpften Schwingungen haben den alten Systemen der gedämpften den Krieg erklärt; die letzteren aber wollen sich nicht ohne Gegenwehr aus dem Felde schlagen lassen und sind lebhaft und mit viel Geschick bemüht, ihre Waffen den Waffen des Gegners anzupassen und ihre Stellung zu behaupten.

Es ist die Absicht meines heutigen Vortrags, eine Übersicht über die aus diesem Feldzuge hervorgegangenen neuen Methoden zur Erzeugung elektrischer Schwingungen zu geben. Dabei glaube ich, den Wünschen der Versammlung am meisten entgegenzukommen, wenn ich vor allen Dingen die Experimente sprechen lasse, die theoretische Seite aber mehr in populärer Anschaulichkeit nur so weit berühre, als es zur Gewinnung eines zuverlässigen Leitmotivs für das Verständnis der Versuche erforderlich scheint.

Die „schwingungserregende Kraft" des Lichtbogens ist ein sehr kompliziertes Phänomen, welches sich am anschaulichsten durch das Stu-

1) H. Th. Simon und M. Reich, diese Zeitschrift **3**, 278, 1902.
2) W. Duddell, The Electrician, Nr. **8** u. **9**, Dez. 1900.
3) H. Th. Simon und M. Reich, diese Zeitschrift **4**, 364, 1903.
4) H. Th. Simon und M. Reich, diese Zeitschrift **3**, 278, 1902; **4**, 364, 1903; **4**, 737, 1903; H. Barkhausen, Das Problem der Schwingungserzeugung (Gött. Diss. 1907, auch als Buch bei S. Hirzel); H. Th. Simon, Jahrbuch der drahtlosen Telegraphie **1**, 16, 1907; H. Barkhausen, ebenda 1, 243, 1907.
5) H. Th. Simon, diese Zeitschr. **6**, 297, 1905.
6) H. Th. Simon, diese Zeitschr. **7**, 433, 1906.

1) W. Poulsen, ETZ. **27**, 1040, 1906.

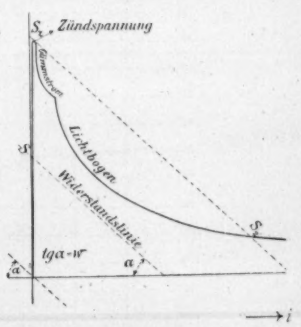


Fig. 1.

dium seiner charakteristischen Kurve begreifen läßt. Für statische Vorgänge hat dieselbe die bekannte, vom Nullpunkt aus steil ansteigende, über das hochliegende Maximum der „Zündspannung" hinwegsteigende, event. durch ein Gebiet des Glimmstromes laufende und dann in die Hyperbel $e = a + \frac{b}{i}$ einlenkende Form (Fig. 1). Bei dynamischen Vorgängen, also beim Durchgang irgendwelcher Wechselströme durch den Lichtbogen, erfährt sie, wie ich nachgewiesen habe[1]), komplizierte Deformationen. Bei der Charakteristik eines Wechselstromlichtbogens (Fig. 2) z. B. wird der Ast wachsender Stromstärke mit viel höheren Spannungswerten durchlaufen, wie der Ast fallender, und zwar wiederholt sich dieses Verhalten bei einem symmetrischen Lichtbogen, entsprechend den beiden Halbperioden, symmetrisch im ersten und dritten Quadranten.

1) Diese Zeitschr. **8**, 297, 1905.

Die Erscheinung, daß die Charakteristik eines Wechselstromlichtbogens anders verläuft wie diejenige eines Gleichstromlichtbogens, und daß der Verlauf nicht nur von seinen gegenwärtigen Umständen, sondern auch von seiner Vorgeschichte abhängt, nennen wir Lichtbogenhysteresis. Ihr praktisch ungemein kompliziertes Verhalten läßt sich exakt verstehen durch folgende Theorie: Der Lichtbogen verlangt zu seiner Entstehung das Vorhandensein einer weißglühenden Kathode, von der die zur Ionisation des Lichtbogengases nötigen Elektronen in genügend großer Zahl geliefert werden. Temperatur T und Fläche F dieses weißglühenden negativen Kraters definieren somit in erster Linie die Leitfähigkeit der Lichtbogengase. Um die zur Heizung des negativen Kraters erforderliche Wärme aufzubringen, wird ein bestimmter Anteil der Lichtbogenleistung verwendet. Der Anteil wechselt mit dem Material der Elektroden und bei gleichbleibendem Elektrodenmaterial mit der Art, dem Druck

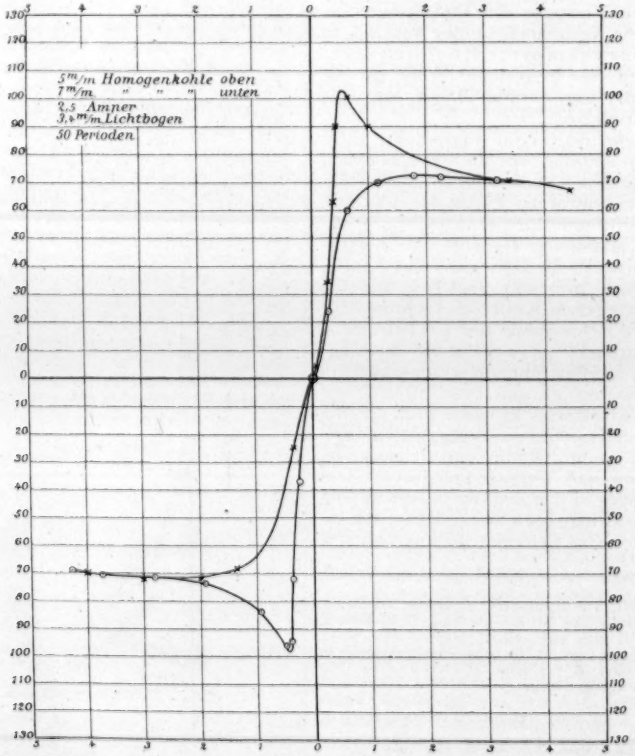


Fig. 2.

und der Temperatur des umgebenden Gases usw. Andererseits wird eine bestimmte, zur Kraterheizung aufgewendete Leistung einen um so größeren Wert des Produktes TF erzeugen, je weniger Verluste von Wärme, sei es durch Konvektion, sei es vor allen Dingen durch Wärmeableitung in den Elektroden und dem umgebenden Gase erfolgen. Daraus folgt, daß alle Umstände die Charakteristik zu höheren Spannungswerten rücken, welche a) die Wärmeverluste, b) den Bruchteil der zur Kraterheizung aufgewendeten Energie vermindern. In letzter Hinsicht äußert sich ein wesentlicher Einfluß der umgebenden Gase, insofern als große Ionenbeweglichkeit den auf die Kathode entfallenden Potentialfall verringert. Mit großer Ionenbeweglichkeit muß außerdem große Molisierungsgeschwindigkeit Hand in Hand gehen; die vorhandenen Ionen haben dann ein lebhaftes Bestreben, wieder zu neutralen Molekülen zusammenzutreten. Alsdann können die von dem negativen Krater austretenden Elektronen unter sonst gleichen Umständen keine so große Leitfähigkeit aufrecht erhalten. Kurz, man sieht, daß c) alle Einflüsse, welche die Ionenbeweglichkeit vergrößern, die Charakteristik in die Höhe drücken. Vor allen Dingen wird durch diesen Einfluß die Zündspitze stark erhöht. So rückt z. B. die Charakteristik eines Lichtbogens beträchtlich in die Höhe, wenn man ihn in Wasserstoff einbettet.

Für die dynamischen Vorgänge folgt jetzt: Genau so, wie es eine gewisse Zeit dauern wird, bis eine bestimmte Heizleistung am negativen Krater den stationären Temperaturzustand zustande bringt, ebenso wird der einmal erreichte Zustand nachwirken, wenn die Heizleistung abnimmt. Und zwar wird diese Nachwirkung sich um so lebhafter geltend machen, je geringer die Wärmeableitung ist. Aber auch hier spielt die Ionenbeweglichkeit und die von ihr bestimmte Molisierungsgeschwindigkeit herein: je größer sie ist, desto schneller verliert das Lichtbogengas seine Leitfähigkeit. Kurz: die Lichtbogenhysteresis wird durch alle Einflüsse verringert, die a) die Wärmeableitung, b) die Molisierungsgeschwindigkeit vergrößern. Daß ein mechanisches oder magnetisches Anblasen des Lichtbogens so wirken muß, wie eine Vergrößerung der Molisierungsgeschwindigkeit, ist fernerhin leicht einzusehen.

Wie sieht nun die dynamische Charakteristik unter verschiedenen Versuchsbedingungen aus? Bleiben wir beim Wechselstromlichtbogen, so erkennt man zunächst: je größer die maximale Stromstärke, die erreicht wird, desto niedriger ist die Zündspannung (vgl. das Strom- und Spannungsoszillogramm Fig. 3), desto tiefer liegt überhaupt die Kurve, auf der der Bogen verlöscht (Fig. 4 zeigt die aus Fig. 3 konstruierten Charakteristiken für verschiedene Werte der maximalen Stromstärke). Denn um so stärker wird der Krater geheizt. Ferner: je größer die Wärmeableitung und die Molisierungsgeschwindigkeit sind, desto schneller kühlt sich der Krater ab, und desto rascher paßt sich die Leitfähigkeit des Gases dem augenblicklichen Stromzustande an. Desto höhere Zündspannung findet alsdann auch der umkehrende Strom vor. Wenn die Lichtbogenleistung abnimmt und schließlich die Spannung umkehrt, wächst die für die Neuzündung maßgebende Charakteristik höher und höher (Fig. 5, Zündspannungskurve). Die Klem-

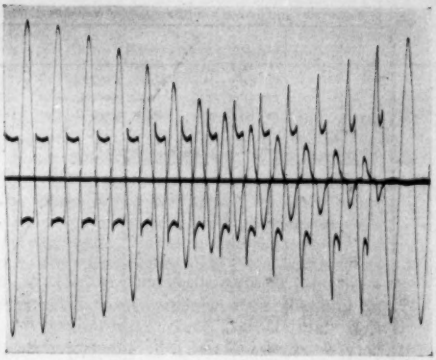


Fig. 3.

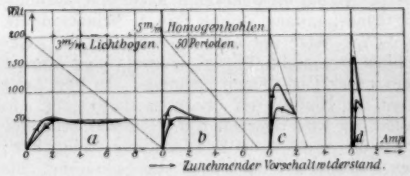


Fig. 4.

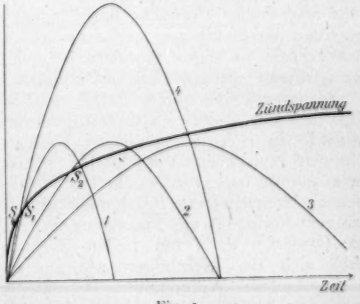


Fig. 5.

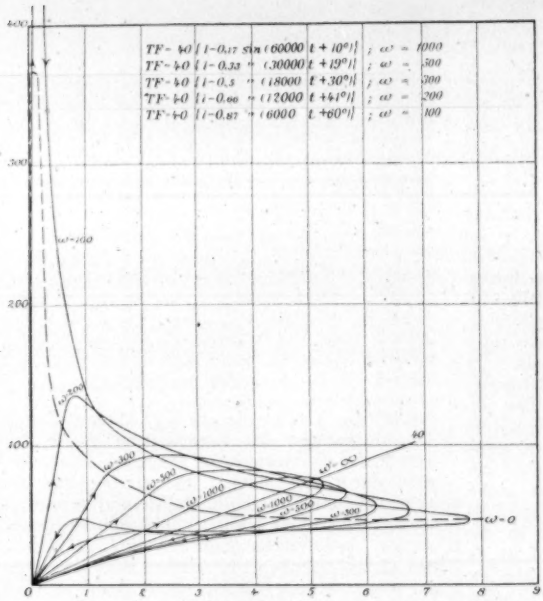


Fig. 6.

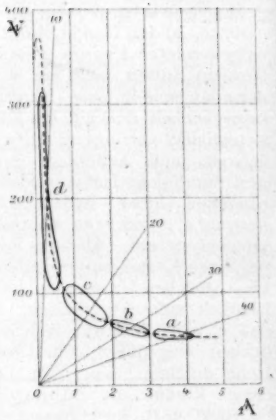


Fig. 7.

menspannung aber wächst nach der Umkehr auch wieder und läuft gewissermaßen hinter der wachsenden Zündspannung her (Fig. 5, Kurven 1—4). Sobald die wachsende Klemmenspannung die Zündspannung einholt (Fig. 5, Schnittpunkte S_1 S_2 S_3), setzt der neue Lichtbogen ein. Geschieht das nicht (Fig. 5, Kurve 3), so kommt kein neuer Lichtbogen zustande. In Fig. 5 ist auch der Einfluß der Frequenz dargestellt. Je höher sie wird (Kurven 3, 2, 1), desto schneller wird die wachsende Zündspannung eingeholt; desto kleiner ist aber auch die Spannung, mit der der Wechselstromlichtbogen noch brennt (vgl. Schnittpunkte S_1 und S_2).

Bei sehr hoher Frequenz hat der negative Krater und der Lichtbogen gar keine Zeit mehr, den Wechseln zu folgen, sondern sie behalten einen gewissen mittleren Zustand konstant bei. Mit zunehmender Frequenz ändert sich darum völlig die Form der Charakteristik (Fig. 6). Während sie sich bei niedrigen Frequenzen noch dem typischen Verlauf der statischen Kurve anpaßt ($\omega = 100$), nähert sie sich bei hohen Frequenzen ($\omega = 1000$) mehr und mehr einer vom Nullpunkt aus ansteigenden geraden Linie ($\omega = \infty$), d. h. bei hohen Frequenzen verhält sich der Lichtbogen wie ein Leiter mit konstantem Widerstand. Bei niedrigen Frequenzen ist sein Widerstand eine höchst komplizierte Funktion der Zeit, die man aus der Charakteristik entnehmen kann.

An einem über einen Gleichstromlichtbogen übergelagerten Wechselstrom äußert sich die Hysteresis in entsprechender Weise (Fig. 7 u. 8): die Charakteristik durchläuft um den Gleichstrompunkt gelagerte ellipsenförmige Kurven, die, entsprechend dem Verlauf der statischen Charakteristik, um so steiler liegen, je kleiner die Gleichstromstärke ist, über die man den Wechselstrom überlagert (Fig. 7), deren Neigung aber um so mehr von einer fallenden in eine steigende Tendenz übergeht, je höher die Frequenz des übergelagerten Wechselstromes ist (Fig. 8, Kurven 1, 2, 3).

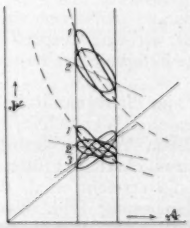


Fig. 8.

Man kann, wie ich gezeigt habe [1]), alle diese Dinge durch eine einfache Differentialgleichung beschreiben, die die oben gegebene Anschauung mathematisch präzisiert, doch soll hierauf heute nicht näher eingegangen werden. Erwähnt sei nur, daß in neuester Zeit einer meiner Schüler, Herr Roschansky, die alte Frage des sogenannten Funkenwiderstandes bei oszillatorischen Entladungen auf Grund dieser Theorie behandelt hat [2]). Ein Vergleich mit seinen sehr eleganten Messungen dieser Größe zeigt, daß die Theorie auch diese Erscheinung in allen ihren Komplikationen vortrefflich beschreibt.

Das Gesagte soll zunächst an der klassischen Methode der Schwingungserregung erläutert werden, wie sie mit den Namen Feddersen, Thomson, Hertz verknüpft ist. Daran anschließend sollen dann einige auf dem Boden dieser Methode gewonnene Neuerungen geschildert werden. Das Schema der Versuchsanordnung zeigt die Fig. 9. Die Kapazität C

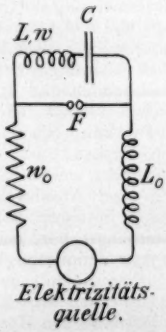


Fig. 9.

lädt sich durch den Widerstand w_0 langsam auf und damit wächst die Spannung an der Funkenstrecke F. In dem charakteristischen Diagramm (Fig. 1) kommt das dadurch zum Ausdruck, daß die sogenannte Widerstandslinie, die mit einer Neigung $\mathrm{tg}\,\alpha = w$ gegen die Horizontale gezogen ist, sich selbst parallel in die Höhe rückt, so daß sie stets den Betrag der an der Kapazität vorhandenen Spannung auf der Ordinatenachse abschneidet. Der Schnittpunkt S dieser Widerstandslinie mit der Charakteristik definiert das Gleichgewicht in dem Schwingungskreise. Sobald diese Widerstandslinie auf dem Gipfel der Charakteristik dieselbe nur noch tangiert (S_z), wird das Gleichgewicht unstabil und springt in das durch den Schnittpunkt S_2 definierte Lichtbogengleichgewicht über. Die Entladung erfolgt und der Widerstand der Funkenstrecke springt auf einen kleinen Betrag herunter. Wegen der im Schwingungskreise vorhandenen Selbstinduktion L erfolgt die Entladung der Kapazität über das Ziel hinaus, die Spannung am Lichtbogen kehrt ihre Richtung um und will einen Strom im entgegengesetzten Sinne durch den Lichtbogen treiben. Ob sie dazu imstande ist, d. h. ob Rückzündung stattfindet, hängt von den Bedingungen ab, über die weiter unten an der Hand der vorhin gegebenen Überlegungen gesprochen werden muß. Praktisch sind diese Bedingungen mit Vorliebe solche, daß die Rückzündung erfolgt, d. h. daß die oszillatorische Entladung mit einem Wechselstromlichtbogen abklingt.

Wie hat man diese alte Methode zu verbessern gesucht? Bei den klassischen Versuchen hat man als Elektrizitätsquelle für das Aufladen der Kapazität ein Induktorium oder eine Influenzmaschine benutzt. Demgegenüber haben Dr. Reich und ich auf der Kasseler Naturforscherversammlung 1903 empfohlen [1]), Hochspannungsmaschinen von genügender Leistung zu verwenden, weil man dadurch die Anzahl der Entladungen so weit zu steigern hoffen konnte, daß durch regelmäßiges Aneinanderreihen einer Schwingung an die andere praktisch ungedämpfte Schwingungen entständen (Fig. 10a). Nach dieser Methode ist es mir

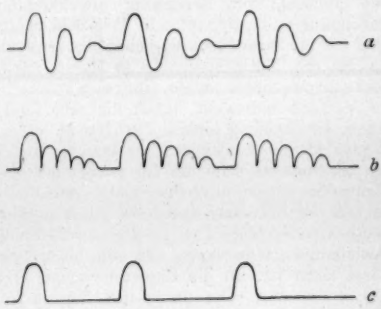


Fig. 10.

neuerdings gelungen, mit 5000 Volt Gleichspannung bis zu 72000 Entladungen in der Sekunde zu erreichen, so daß in der Tat ein Schwingungskomplex unmittelbar an den andern rückt. Mit Hilfe von elektrischen Ventilen wird es gelingen, diese Schwingungen gleichzurichten und dann Resonanzsysteme von einer der Funkenfolge entsprechenden Schwingungszahl zu kontinuierlichen Wellen zu erregen (Fig. 10b). Man muß auf diese Art sehr hohe Schwingungsenergien erzielen können.

1) H. Th. Simon, diese Zeitschr. **8**, 297, 1905.
2) D. Roschansky, diese Zeitschr. **9**, 635, 1908.

1) H. Th. Simon und M. Reich, diese Zeitschrift **4**, 737, 1903.

Auch ohne diese Überführung der gedämpften in ungedämpfte Schwingungen bedeutet, wie wir damals betont haben, die von uns empfohlene Steigerung der Funkenfolge eine große Verbesserung, wenn man Energiedetektoren verwendet. Das hat man jetzt endlich auch in der Praxis eingesehen und beginnt dort, von den bisher verwendeten gewaltigen Einzelentladungen zu einer großen Folge relativ schwacher Entladungen überzugehen. Der Erfolg ist große Steigerung der Reichweite und der Telegraphiergeschwindigkeit.

Wohl im Verfolg dieser Tendenz fand Herr von Lepel, daß man schon mit einer Gleichspannung von 400 Volt eine gute Wirkung erzielen kann, wenn man Funkenstrecken von Bruchteilen eines Millimeters verwendet. Diesen Versuch können wir vorführen.

Versuch: Schaltungsschema Fig. 9. Als Elektrizitätsquelle dient die städtische Spannung von ca. 500 Volt. w_0 ist ein Vorschaltwiderstand von einigen hundert Ohm. L_0 ist groß, z. B. die Sekundärspule eines Transformators. Die Funkenstrecke F besteht aus zwei talergroßen dicken Kupferscheiben; der Scheibenabstand ist sehr genau auf etwa 0,1 bis 0,2 mm zu halten, was am einfachsten durch Zwischenpressen einer durchlochten Glimmerscheibe der gewünschten Dicke geschieht. Die Funkenfolge wird bei gegebenem Funkenabstand an w_0 reguliert. Man kann mit den Schwingungen des Schwingungskreises die üblichen Resonanzversuche machen, naturgemäß ohne die mächtigen Wirkungen, wie sie mit höherer Funkenspannung erreichbar sind.

Im Anfang wurde dieser Versuch als eine neue Methode zur Erzeugung ungedämpfter Schwingungen bezeichnet. In Wirklichkeit ist dabei mit niedriger Spannung eben das erreicht, was wir mit hoher Spannung in Kassel nachdrücklich empfohlen haben. Indessen spielte in den Versuch unbewußt schon die sehr interessante Erscheinung hinein, die Herr M. Wien an ganz kleinen Funkenstrecken fand [1]). Wenn man ein Funkensystem auf ein zweites mit ihm gekoppeltes synchrones Schwingungssystem wirken läßt, so bekommt man bekanntlich an dem gekoppelten System im allgemeinen zwei Hauptschwingungen, von denen die eine höher, die andere tiefer ist, als die Eigenschwingung der Teilsysteme war. Die durch den Funken erregte Schwingungsenergie des Primärsystems wandert dabei in das erregte System, um danach wieder in das Primärsystem zurückzukehren und so fort. M. Wien fand indes, daß diese Rückkehr bei Verwendung sehr kleiner Funkenlängen, sowie bei geeigneter Koppelungsstärke und Primärdämpfung nicht auftritt, daß vielmehr unter diesen Umständen das Sekundärsystem unbeeinflußt von dem Primärsystem mit seiner Eigenschwingung ausschwingt, und daß das gekoppelte System alsdann nur diese Wellen mit schwacher Dämpfung liefert.

Die Erklärung ergibt sich aus dem dynamischen Verhalten der Funkenstrecke. Durch das Überwandern der Energie in das Sekundärsystem nimmt die dem Funken zugeführte Leistung ab und die Zündcharakteristiken wachsen mehr und mehr in die Höhe (vgl. Fig. 4), bis schließlich der Funkenlichtbogen verlöschen muß. Damit wird das Primärsystem aus dem Vorgange ausgeschaltet, die Koppelung wird gewissermaßen gelöst und die in das Sekundärsystem übergetretene Energie kann nicht mehr in das Primärsystem zurücktreten. Auf diese Art ist es möglich, die sonst so schädliche und überwiegende Funkendämpfung des Primärsystems auszuschalten und im Sekundärsysteme schwachgedämpfte Schwingungen zur Ausstrahlung zu bringen. Man nennt diese Methode, die jetzt namentlich von der Telefunkengesellschaft weiter ausgebaut wird, die Methode der Stoßerregung. Es ist klar, daß man das Phänomen um so leichter wird erhalten können, je mehr man den Einfluß der Lichtbogenhysteresis verringert. Die Mittel dazu werden weiter unten zu diskutieren sein.

Die Energievermehrung durch Vergrößerung der Funkenfolge und die Dämpfungsverminderung durch Stoßerregung kombiniert die Telefunkengesellschaft neuerdings in wirksamer Weise mit einem naheliegenden und öfters ausgesprochenen akustischen Prinzip bei ihrem System der tönenden Funken. Sie erregt die kleinen und zahlreichen Funken durch Wechselstrom von etwa 500 Perioden und erhält dadurch ein periodisches An- und Abschwellen der übertragenen Energie. In einem auf Energie reagierenden Hörempfänger hört man daher einen entsprechenden klar definierten Ton, den man natürlich viel leichter auffaßt und aus Nebengeräuschen herauskennt, als das undefinierte Geräusch beim gewöhnlichen Hörempfang. Die Methode hat sich bei den Vorführungen auf einige 100 km recht gut bewährt. Sie wird demnächst auf größere Entfernungen ausprobiert werden.

Von den gedämpften Schwingungen gelangt man zu den ungedämpften, indem man der umkehrenden Lichtbogenspannung das Rückzünden unmöglich macht. Alsdann erfolgt die Entladung des Kapazitätskreises in einem einzigen raschen Abströmen durch den Lichtbogen, es kommt nur die erste halbe Schwingung zustande (Fig. 10c).

Die Verhältnisse sind in ihren Einzelheiten sehr schön an den von H. Barkhausen [1]) durchgeführten quantitativen Kurvenkonstruktionen zu übersehen, die allerdings mit einer idealisierten Charakteristik operieren (Fig. 11).

Die nach dem Abströmen der Kapazitätsladung wieder anwachsende Kapazitätsspannung

1) M. Wien, Jahrbuch der drahtlosen Telegraphie 1, 469, 1908.

1) H. Barkhausen, Das Problem der Schwingungserzeugung. Inaug.-Diss. Gött. (auch bei S. Hirzel in Leipzig) 1907, S. 74. Ferner Jahrb. d. drahtl. Telegraphie 1, 246 ff., 1907.

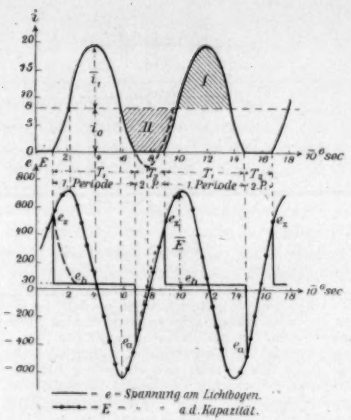


Fig. 11.

findet am Lichtbogen eine wachsende Zündspannung, die sie einholen muß, ehe die nächste Entladung einsetzen kann. Das bedingt, daß sich immer wieder ein Energievorrat in der Kapazität aufspeichern muß, der dann bei der Zündung in die Schwingung hineingeht. Je größer der Primärstrom gemacht wird, desto schneller wächst die Ladespannung und desto leichter holt die wachsende Ladespannung die wachsende Zündspannung ein. Desto höher wird daher die Frequenz, aber auch desto kleiner die Energiezufuhr zu den Schwingungen, wie das die von Herrn Ament aufgenommenen Oszillogramme sehr überzeugend zeigen (Fig. 12).

Das Wesen der schwingungserregenden Kraft des Lichtbogens stellt sich so dar in dem Zündgipfel seiner Charakteristik, der, beim Anwachsen der Lichtbogenleistung, von der Klemmenspannung immer erst überstiegen werden muß. Dadurch wirkt der Lichtbogen wie die Ventilsteuerung an der Dampfmaschine und steuert die Energie im Takte der Schwingungen bald in den Kapazitätskreis hinein, bald aus ihm heraus. Die Lichtbogenhysteresis aber ist der Feind, der den Zündgipfel abzutragen sucht, und so der schwingungserregenden Kraft entgegenarbeitet. Sie zu vermindern heißt die schwingungserregende Kraft steigern, und heißt damit die erreichbare Frequenz der Schwingungen steigern. Denn mit zunehmender Frequenz verschwinden, wie wir (Fig. 8) sahen, die Zündgipfel an der Charak-

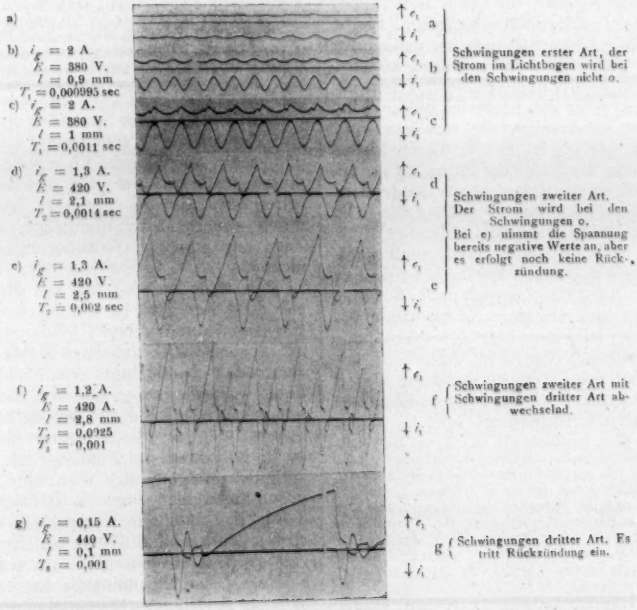


Fig. 12.

teristik um so schneller, je größer die Hysteresis des Bogens ist.

Nunmehr kann man systematisch die verschiedenen Wege begehen, durch die man diesen Feind bekämpft und hochfrequente Schwingungen wirklich erzielt hat. — Herrn Dr. Reich und mir schienen vor allen Dingen Lichtbögen zwischen Metallelektroden verheißungsvoll, weil die große Wärmeableitung derselben kleine Lichtbogenhysteresis verbürgt. Aber erst in neuerer Zeit bin ich mit Herrn K. W. Wagner endgültig zum Ziele gekommen, als uns der von H. Boas konstruierte[1]) schöne rotierende Spiegel uns gestattete, zu entscheiden, welche Art von Schwingungen wir wirklich unter den Händen hatten. Nach den gegebenen theoretischen Überlegungen muß der Einfluß der Hysteresis dadurch zurückgedrängt und eine Rückzündung verhindert werden, daß man die Stromamplitude der Schwingungen klein hält und die Dämpfung groß macht, d. h. man muß die Schwingungen mit möglichst kleiner Kapazität und möglichst großer Selbstinduktion erzeugen. Wie man theoretisch ableiten kann, ist die Größe $\varrho = \sqrt{\frac{L}{C}}$ dafür maßgebend, ob man Rückzündung erhält oder nicht, und es zeigt sich, daß man ungedämpfte Schwingungen nur erhält, wenn man ϱ zwischen zwei bestimmte Grenzen ϱ_1 und ϱ_2 hält, die sich mit zunehmender Frequenz nach unten verschieben. Bleibt man unterhalb ϱ_1, so erhält man nur gedämpfte Entladungen, geht man über ϱ_2 hinaus, so wird der Lichtbogen inaktiv, man erhält keine Schwingungen mehr. Alles das steht im besten Einklang mit den entwickelten theoretischen Vorstellungen. Im übrigen ist eine bestimmte kleine Stromstärke von der Größenordnung 0,5 A. erforderlich, auch eignen sich nicht alle Elektroden, sondern am besten Aluminium und Kupfer. Ob dabei, wie es scheint, eine sich bildende Oxydschicht eine wichtige Rolle spielt, muß noch näher untersucht werden. Wir können so mit 5000 Volt Gleichspannung ungedämpfte Schwingungen bis zu wenigen Meter Wellenlänge erzielen. Schon mit der hier zur Verfügung stehenden Spannung von 500 Volt kann ich Ihnen diese Art der Erregung vorführen, deren Analyse im rotierenden Spiegel Ihnen die große Regelmäßigkeit des Phänomens zeigt.

Versuche: Versuchsschema Fig. 13. L war eine regulierbare Selbstinduktionsspule auf Glas; C_2 eine regulierbare Paraffinölkapazität von 0,5 cm Plattenabstand (beide Apparate in tadelloser Ausführung von der Firma C. Lorenz, Berlin, geliefert); C_1 war eine zur Sicherheit gegen Kurzschluß vorgeschaltete Glasplattenkapazität von ca. 0,03 MF. Die Funkenstrecke F bestand aus zwei zylindrischen, mit Wasser gefüllten Messingblechgefäßen, um die Blechringe aus verschiedenem Metall gelegt werden konnten. Die Gefäße sitzen mit Zapfen

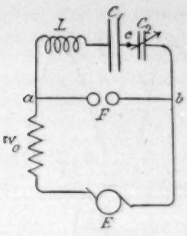


Fig. 13.

in den Backen eines Regulierschlittens, so daß die Elektroden gedreht und auch schnell ausgewechselt werden können. Bei Kupferelektroden hat für Schwingungen von der Größenordnung 1000 m ϱ_1 den Wert 100 Ohm, ϱ_2 den Wert 1400 Ohm. Im rotierenden Spiegel zeigt sich ein grüner Lichtstreif, der von schwarzen Querstrichen regelmäßig durchsetzt ist.

Der Übergang von den gedämpften Entladungen zu den ungedämpften Schwingungen bei Variation von ϱ läßt sich gut verfolgen.

Versuch: Bei $\varrho < \varrho_1$ sieht man im rotierenden Spiegel zunächst ein grünes Band, welches von schwarzen Querstrichen unregelmäßig durchsetzt ist; wird ϱ weiter kleiner und kleiner, so erscheint eine regelmäßige Folge von Lichtstreifen abnehmender Helligkeit, die durch regelmäßige dunkle Querstreifen die abklingende Schwingung erkennen lassen.

Selbst Schwingungen höchster Frequenz erhält man so. Ein kleines mit einem Pol an den Lichtbogenpol a angeschlossenes Hitzdrahtinstrument zeigt einen dauernden Ausschlag.

Versuch: Bei ab wird der Schwingungskreis abgeschaltet und statt dessen bei a, an der Seite, wo der Widerstand w_0 liegt, ein kleines Hitzdrahtwattmeter von 0,1 Watt maximal einpolig angeschlossen. Das Instrument zeigt bei geeigneter Einregulierung des Systems dauernd einen Ausschlag von mehr als 0,1 Watt.

Mit der niedrigen Spannung gelingt der letztere Versuch nur bei sehr kleiner Lichtbogenlänge und sehr sorgfältiger Einregulierung der Bedingungen. Da hier die direkte Analyse im rotierenden Spiegel versagt, haben wir uns durch andere Mittel überzeugt, daß es in der Tat ungedämpfte Schwingungen sind, die fließen.

Ein anderer Weg ist von Dr. Reich und mir 1903 gezeigt. Er ist durch die Benutzung eines unsymmetrischen Lichtbogens charakterisiert, wie er z. B. zwischen Kohle- und Kupferelektroden beobachtet wird. Man muß die Funkenstrecke so gestalten, daß die Bedingungen für die Zündung der Entladung günstig liegen, für die Rückzündung aber ungünstig. Z. B. läßt man die Zündung an einer Kohlekathode erfolgen, der man eine Kupferanode gegenüberstellt. Für die Rückzündung muß dann das Kupfer Kathode werden, wozu wegen der großen Wärmeableitung eine sehr viel größere Heizenergie notwendig ist als für Kohle. Diese Unsymmetrie hat auch Poulsen in seine Anordnung übernommen. Sie in Kombination mit dem von mir zuerst angegebenen

1) H. Dießelhorst, Berichte der Deutsch. Physik. Gesellsch. **6**, 306, 1908.

Prinzip[1]), durch Hintereinanderschaltung mehrerer Lichtbögen die schwingungserregende Kraft zu steigern, ist die Grundlage der Lampe, die auf meinen Rat hin von der Telefunkengesellschaft ausgearbeitet ist. Man erkennt den Einfluß des Hintereinanderschaltens der Lichtbögen am besten wieder an der Charakteristik. Die Gesamtcharakteristik einer Anzahl hintereinandergeschalteter Lichtbögen wird durch die Summierung der Einzelcharakteristiken erhalten, und man sieht, daß hier um so höhere Zündspannung herauskommt, je mehr Lichtbögen man hintereinander schaltet. Physikalisch anschaulich ist die Wirkung vielleicht in der Weise zu machen, daß bei einem sehr kurzen Lichtbogen die von den Elektroden aus auf das Gas ausgeübte Kühl- und Entionisierungswirkung größer ist, als bei einem längeren Lichtbogen, und daß daher mehrere hintereinandergeschaltete Lichtbögen weniger Hysteresis zeigen müssen, als ein gleichlanger Einzellichtbogen. Daß diese Lampe Schwingungen bis zu ca. 300 m Wellenlänge mit großer Konstanz liefert, kann ich Ihnen hier zeigen. Der Bereich von ϱ, für den sie gut arbeitet, scheint enger zu sein, wie bei dem Metallichtbogen und bei der Poulsenlampe. Verkleinert man die Kapazität, so versagen die Schwingungen plötzlich. Vergrößert man die Kapazität, so tritt zunächst eine zwischen der gedämpften und ungedämpften Form stehende zerhackte Schwingung auf, bis schließlich wieder die regelmäßigen Züge gedämpfter Entladungen vorhanden sind.

Versuch: Versuchsschema Fig. 13. Bei F ist jetzt eine Telefunkenlampe von sechs hintereinandergeschalteten ganz kurzen Kohle-Kupferlichtbögen verwendet. Stromstärke ca. 6 Ampere. Das Auftreten der Schwingungen äußert sich durch ein charakteristisches zischendes Geräusch der Lampe. Berührt man den Punkt c mit einem Pol einer kleinen Glühlampe, deren anderen Pol man in der Hand hält, so leuchtet die Glühlampe hell auf. Verkleinert man C_2, so wird zunächst die Lampe heller, um bei einem bestimmten Wert zu erlöschen. Vergrößert man C_2, so werden bald die vorher unmerkbaren Schwingungen für das Gefühl sehr lästig, ein Beweis für das allmähliche Auftreten von gedämpften Funkenentladungen.

Die Energie, die die Lampe liefert, ist allerdings vorläufig nicht so groß, wie die der Poulsenlampe.

Diese verwendet als Grundprinzip die Einbettung des Lichtbogens in Wasserstoffgas oder Wasserstoff enthaltende andere Gase. Ferner hat sie Kupferanode und Kohlekathode, von denen die Kohle langsam rotiert. Und schließlich brennt der Lichtbogen in einem starken Magnetfelde. Der Sinn aller dieser Anordnungen ist nach den oben gegebenen Ausführungen klar. Sie dienen alle dazu, die Lichtbogenhysteresis zu vermindern und die schwingungserregende Kraft zu steigern. Wir wollen mit dieser Lampe eine Anzahl von Versuchen vorführen, von denen einige schon von Poulsen und seinen Mitarbeitern angestellt sind, andere von uns ausgearbeitet wurden.

Versuche: Versuchsschema Fig. 14. Bei F ein von der Firma C. Lorenz freundlichst zur Verfügung gestellter Poulsengenerator. Stromstärke ca. 20 Amp. Die Schwingungen sind um so regelmäßiger, je größer L und je kleiner C_2. Die

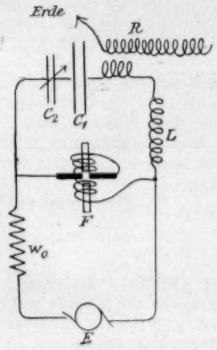


Fig. 14.

Resonanzspule R besteht aus etwa 600 Windungen eines 0,5 mm dicken Drahtes auf einer 20 cm dicken und 50 cm langen Papptrommel. Wellenlänge der Eigenschwingung ca. 3000 m. Sie ist durch 5 Windungen des LC_2-Kreises lose mit diesem gekoppelt.

a) Eine Spitze am Ende der Resonanzspule zeigt bei Regulierung von C_2 auf Resonanz gewaltige verästelte Büschel. Die genaue Abstimmung läßt sich wegen der „Kapazitätsempfindlichkeit" von Spulen auch durch Annäherung oder Entfernung der Hand von der Resonanzspule erreichen. Ein Flugrad auf der Spitze gerät in schnelle Rotation und zeichnet wundervolle sprühende Rotationsflächen im Raume. Die Büschelentladung aus einer brennenden Bunsenflamme hat eine besonders eigentümliche Form. Nimmt man einen Leiter in die Hand, so kann man aus dem Ende der Resonanzspule Lichtbögen von 20—30 cm Länge ziehen, ohne etwas zu empfinden. Aus isolierten Metallmassen in der Nähe lassen sich in derselben Weise große Lichtbögen ziehen. Zwei Menschen in der Nähe können ebenso zwischen sich einen Lichtbogen übergehen lassen. Verbindet man das Ende der Resonanzspule mit einem seitlich aus einer Flasche fließenden Wasserstrahl, so entsteht ein Lichtbüschel an der Stelle, wo der Strahl zerstäubt. Diese Stelle rückt um so näher an die Ausflußdüse heran, je mehr auf Resonanz eingestellt wird; dabei hebt sich der Strahl. Man kann aus dem Strahl wie aus dem metallischen Spulenende lange Lichtbögen ziehen.

b) Evakuierte Röhren, z. B. auch Glühlampen, die man am Glase anfaßt, zeigen noch in großer Entfernung Glimmlicht. Versieht man eine Glühlampe an den Polen mit Handgriffen, die von zwei Menschen in der Nähe des Endes der Resonanzspule gefaßt werden, so leuchtet die Lampe hell auf. Ergreift man den einen Handgriff und berührt mit dem anderen eine isolierte Metallmasse in der Nähe der Resonanzspule, so leuchtet die Lampe. Kommt man mit einem nassen Holzstabe, nassem Papier oder nassem Bindfaden in die Nähe des Spulenendes, so verdampft zunächst das Wasser, bis an den Stellen des größten Leitungswiderstandes Blitzfiguren entstehen, die das Material entzünden.

c) Schaltet man in den Schwingungskreis direkt 10 bis 15 parallele Glühlampen ein, so geraten sie in helle Glut, man kann so bis 1½ Kilowatt (bei ganz großen Lampen bis 4 Kilowatt) Schwingungsenergie entziehen. Ebenso läßt sich eine Kohlenbogenlampe im Schwingungskreise durch die Schwingungsenergie in helles Brennen bringen

1) Diese Zeitschrift **7**, 433, 1906.

und bis zu 0,5 cm Bogenlänge ausziehen. Auch Quecksilberbogenlampen lassen sich im Schwingungskreise oder in dem Resonanzkreise zum Brennen bringen, doch widersteht das Glas nur sehr kurze Zeit den schnellen Wechseln. Die Regelmäßigkeit der Schwingungen zeigt sich schön an einer Geißlerschen Röhre, die man schnell im Felde bewegt, event. läßt man sie mit Hilfe eines Elektromotors in einem Drahtkreise rotieren, der mit der Resonanzspule verbunden ist. Noch besser analysiert man die Schwingungen mit Hilfe eines Glimmlichtoszillographen, den man in dem Boasschen rotierenden Spiegel betrachtet.

Damit bin ich mit meinem Bericht zu Ende. Ich hoffe, daß es uns gelungen ist, sowohl dem Physiker wie dem Praktiker unter Ihnen einen Eindruck von den Schätzen zu geben, die schon jetzt in dem soeben erst kolonisierten Gebiete gehoben sind.

(Eingegangen 24. Oktober 1908.)

H. Rubens (Berlin), Änderung des Emissionsvermögens der Metalle mit der Temperatur. Nach gemeinsam mit Herrn E. Hagen ausgeführten Versuchen.

In einer Reihe früherer Abhandlungen haben Herr E. Hagen und ich gezeigt, daß das Emissionsvermögen $\mathcal{F}$ der Metalle im Gebiete langer Wellen durch die Formel dargestellt wird:

$$\mathcal{F} = 100 - R = \frac{K}{\sqrt{\varkappa \lambda}}. \qquad (1)$$

Hierin bedeutet $\mathcal{F}$ das Emissionsvermögen des Metalls, wenn dasjenige des schwarzen Körpers für die gleiche Wellenlänge gleich 100 gesetzt wird; R das Reflexionsvermögen in Prozenten; $\varkappa$ das Leitvermögen und λ die Wellenlänge in μ. Die Konstante K ist keine empirische Größe, sondern ergibt sich aus der Maxwellschen Theorie zu

$$K = 2\sqrt{\frac{10^{13}}{c}} = 36{,}5, \qquad (2)$$

wenn man für die Lichtgeschwindigkeit c ihren Wert $3 \cdot 10^{10}$ cm/sec einsetzt.

Die Abhängigkeit des Emissionsvermögens von der Temperatur haben wir bereits früher für ein bestimmtes Metall, nämlich Platin, geprüft und befriedigende Übereinstimmung mit den nach Formel (1) berechneten Werten erhalten. Die Versuche haben wir neuerdings fortgesetzt und nach verschiedenen Richtungen erheblich erweitert, indem wir an mehreren Stellen des Spektrums und für eine größere Zahl von Metallen und Legierungen den Temperaturkoeffizienten des Emissionsvermögens ermittelten und mit den Werten verglichen, welche sich hierfür aus der Änderung der elektrischen Leitfähigkeit unter Berücksichtigung der Formel (1) ergeben.

Solche Messungen erscheinen uns aus zwei Gründen wichtig. Erstens nämlich läßt sich die Änderung des Emissionsvermögens mit der Temperatur viel leichter und genauer messen als der Absolutwert des Emissionsvermögens für eine bestimmte Temperatur. Es läßt sich also auch an der Hand jener Messungen eine exaktere Prüfung der Formel (1) vornehmen. Zweitens muß die Untersuchung der Änderung des Temperaturkoeffizienten mit der Wellenlänge zu interessanten Ergebnissen führen; denn im sichtbaren Spektrum ist dieser Temperaturkoeffizient verschwindend klein, wie aus optischen Versuchen hinreichend bekannt ist; im Gebiete langer Wellen dagegen sind nach der elektromagnetischen Lichttheorie für reine Metalle sehr hohe, für Legierungen dagegen im allgemeinen sehr geringe Temperaturkoeffizienten zu erwarten.

Die Versuche, über welche heute berichtet werden soll, beziehen sich auf zwei Gebiete des ultraroten Spektrums, welche den Reststrahlen von Flußspat (4 Reflexionen, mittlere Wellenlänge $\lambda = 26\,\mu$) und den Reststrahlen von Quarz (3 Reflexionen, mittlere Wellenlänge $\lambda = 8{,}85\,\mu$) entsprechen. Mit der Fortsetzung der Versuche im kurzwelligen ultraroten Spektrum sind wir zurzeit noch beschäftigt.

Die Ermittelung des Emissionsvermögens geschah wie bei unseren früheren Versuchen durch Vergleichung der Strahlung des untersuchten Metallspiegels mit derjenigen eines „schwarzen Körpers" von gleicher Temperatur. Unsere Versuchsanordnung weicht von der früher verwendeten nur insofern ab, als die strahlenden Metalle nicht durch ein Flüssigkeitsbad, sondern in einem besonders eingerichteten elektrischen Ofen erhitzt wurden. Durch geeignete Stickstoffspülung konnte die Oxydation der blanken strahlenden Oberflächen bis zu ziemlich beträchtlichen Temperaturen (300 bis 500°) verhindert werden. Die Temperaturmessung geschah mit Hilfe von Thermoelementen aus Silber und Konstantan. Von der Strahlung der Seitenwände des Ofens konnten wir uns durch Verwendung eines Rohres mit doppelter Wasserspülung freimachen, welches in dem elektrischen Ofen bis dicht an die strahlende Metallfläche heranreichte.

Unsere Messungen ergaben für die drei untersuchten Metalle (*Ag*, *Ni*, *Pt*) und die vier untersuchten Legierungen (Messing, Konstantan, Platinsilber, Nickelstahl) sowohl für $\lambda = 26\,\mu$ als auch für $\lambda = 8{,}85\,\mu$ Werte des Temperaturkoeffizienten des Emissionsvermögens, welche sehr nahe mit den aus Formel (1) berechneten Werten übereinstimmen; nur bei Platin ist die beobachtete Änderung des Emissionsvermögens mit der Temperatur merklich größer, als man dies nach dem elektrischen Verhalten dieses Metalles erwarten sollte. Es stimmt dies mit unserem früheren Befunde vollkommen überein.

Bei dem Nickel tritt die bekannte Anomalie, welche die Widerstandskurve dieses Metalls in der Nähe des magnetischen Umwandlungspunktes zeigt, auch in den Emissionskurven deutlich hervor.

Daß in dem betrachteten Spektralgebiet die „optischen" Temperaturkoeffizienten der Metalle noch nahezu vollkommen den „elektrischen" entsprechen, beweist, daß die erwarteten Übergänge in dem kurzwelligen Teile des ultraroten Spektrums zwischen $\lambda = 0{,}7$ und $\lambda = 8{,}85\ \mu$ zu suchen sind. Wir hoffen hierüber bald Näheres berichten zu können.

(Eingegangen 22. Oktober 1908.)

Rudolf Ladenburg und Stanislaw Loria (Breslau), Über die Dispersion des leuchtenden Wasserstoffs. (Mit Tafel VIII.)

Vor kurzem konnte der eine von uns[1]) selektive Absorption in einem mit Wasserstoff gefüllten kapillaren Geißlerrohr quantitativ messen, indem als Lichtquelle ein zweites Geißlerrohr benutzt wurde, welches in Serie mit dem ersten in den Sekundärkreis eines Induktoriums mit paralleler Leidener Flasche geschaltet war. Bei weiteren Röhren und bei niedrigem Wasserstoffdruck war es zur Erzielung genügend kräftiger Erregungen notwendig, ein enges, mit Wasserstoff von beinah einer Atmosphäre Druck gefülltes Kapillarrohr in Serie vorzuschalten. Benutzte man zugleich das von diesem Rohr in Längsdurchsicht ausgehende Licht, das ein kontinuierliches Spektrum mit nur flachen Maximis in der Nähe der Wasserstofflinien liefert, als Lichtquelle und ließ es das weitere Rohr durchsetzen, so sah man bei genügender Dispersion im kontinuierlichen Spektrum dunkle Absorptionslinien an Stelle der bekannten roten und blaugrünen Wasserstofflinie.

In Analogie zu den Erscheinungen in einer Natriumflamme muß man nun erwarten, daß in unmittelbarer Nähe dieser Absorptionslinien die Dispersion des leuchtenden Wasserstoffs von der des nichtleuchtenden abweicht und einen anormalen Verlauf nimmt.[2]) Um diese Konsequenz zu prüfen, haben wir uns eines Jaminschen Interferentialrefraktors bedient (s. Fig. 1). K ist jenes enge, stark leuchtende Kapillarrohr, B eine Blende, die sich im Brennpunkt der Linse L_1 befindet. Das nahezu parallel gemachte Licht wird nun an der ersten Platte P_1 in zwei Teile zerlegt, von denen der eine ein wenige Millimeter weites (mit der Pumpe verblasenes)

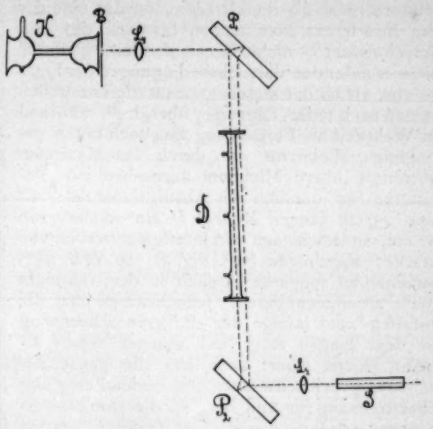


Fig. 1.

Geißlerrohr D von etwa 23 cm Länge durchsetzt, der andere nur die beiden dicken planparallelen Glasplatten, die diesem Rohr als Verschluß dienen. Die wiedervereinigten beiden Strahlen werden mittelst der Linse L_2 auf den vertikalen Spalt eines Spektralapparats konzentriert. Bei geeigneter Stellung („Nullstellung") der Platten $P_1 P_2$ sieht man das kontinuierliche Spektrum von horizontalen Interferenzstreifen durchzogen, die bei nicht erregtem Rohre D vollständig kontinuierlich verlaufen, und nach dem violetten Ende des Spektrums hin konvergieren[1]). Diese Interferenzstreifen zeigen direkt den Verlauf des Brechungsexponenten mit der Wellenlänge und sind deshalb ein sehr empfindliches Reagens auf geringe diskontinuierliche Änderungen desselben. Erregt man nun bei einem Wasserstoffdruck von 3—4 mm das Rohr D, das wieder in Serie zu K mit paralleler Leidener Flasche geschaltet ist, so sieht man in der Tat zu beiden Seiten der roten Wasserstofflinie eine plötzliche Verzerrung der Interferenzstreifen, wie sie in Fig. 2[2]) dargestellt ist. Die Maxima sind zu beiden Seiten der Wasserstofflinie nach entgegengesetzten Richtungen abgebogen, und zwar auf der violetten Seite (rechts) „nach oben", auf der roten Seite umgekehrt. Man kann sich leicht davon überzeugen, daß die Richtung der Ablenkung rechts eine Abnahme, links eine Zunahme des Brechungsexponenten bedeutet. Dies ist der bekannte Verlauf der Dispersion in der Nähe eines Absorptionsstreifens. Der eigentlich „anormale" Teil der Dispersionskurve innerhalb der Absorptionslinie ist nicht sichtbar. Auch erscheint die

1) Rudolf Ladenburg, Verh. d. D. ph. G. **10**, 550, 1908.
2) Eine derartige Erscheinung hat bereits J. Lilienfeld (Ber. d. D. phys. Ges. **8**, 637, 1906) gesucht, ohne jedoch ein positives Resultat zu erhalten; unser Ansicht nach lag dies einerseits an der nicht genügend empfindlichen optischen Versuchsanordnung und andererseits an ungeeigneten elektrischen Erregungsbedingungen.

1) Vgl. L. Puccianti, Il Nuovo Cim. **2**, 257, 1901.
2) Mit Figur 3 auf Tafel VIII.

letztere nicht als dunkle Linie, da der eine der zur Interferenz kommenden Strahlen das Absorptionsrohr D nicht durchlaufen hat. Dadurch sieht es unter den Versuchsbedingungen der Fig. 2 so aus, als ob der abgebogene Interferenzstreifen in den nach unten folgenden überginge, während in Wahrheit als Fortsetzung des nach unten gebogenen Minimums das durch das Maximum getrennte obere Minimum anzusehen ist. Benutzten wir nämlich als Absorptionsrohr statt des 23 cm langen Rohres D ein solches von 81 cm, so erschienen die Interferenzstreifen viel stärker abgebogen (vgl. Fig. 3), so daß zwei aufeinander folgende Streifen in der Tat nicht mehr zusammenhingen. Jedoch waren jetzt die Streifen wohl infolge der stärkeren Absorption in dem langen Rohr viel weniger scharf als beim kurzen Rohr; auch war die ganze Erscheinung lichtschwächer und undeutlicher und zitterte häufig hin und her, da die Jaminschen Spiegel getrennt voneinander montiert werden mußten; deshalb haben wir quantitative Messungen nur mit kurzem Rohr (in dem in Fig. 2 dargestellten Falle) ausführen können.

Die verschiedenen Theorien der Dispersion führen nun in dem vorliegenden Falle eines isolierten schwachen Absorptionsstreifens unter einigen Vernachlässigungen, die wir weiter unten noch besprechen werden, auf dieselben Gleichungen, wie sie z. B. Voigt in seinem Buche über Magneto- und Elektrooptik, S. 114 ableitet. Wir wollen uns im folgenden seiner Bezeichnungsweise anschließen. Die betreffenden Gleichungen, die den Brechungs- und Extinktions-Index als Funktion der Schwingungszahl darstellen, lauten:

$$\left.\begin{aligned} n - n_0 &= -M\,\frac{A}{A^2+1} \\ n\varkappa &= \frac{M}{A^2+1} \end{aligned}\right\} \quad \begin{matrix} \text{a)} \\ \text{b)} \end{matrix} \qquad (1)$$

wobei

$$M = \frac{\varrho}{2 n_0 \nu_0 \nu'}, \quad \nu' = \frac{h}{m}, \quad A = \frac{2\mu}{\nu'}$$

$$\varrho = 4\pi e^2/m\,\mathfrak{N}$$

$$\mu = \nu - \nu_0$$

ist und die Buchstaben folgende Bedeutung haben:

n ist der Brechungs-Index für die Frequenz ν;

n_0 der als merklich konstant angenommene Brechungs-Index, der in dem betrachteten Bereiche um die Frequenz ν_0 der einen Elektronenart herrschen würde, wenn diese nicht vorhanden wäre;

e die Ladung } eines Elektrons;

m die Masse }

$\mathfrak{N}$ die Anzahl der Elektronen pro Volumeneinheit,

h die Dämpfungskraft, die durch die Bewegungsgleichung eines Elektrons

$$m\frac{d^2x}{dt^2} + h\frac{dx}{dt} + kx = eX \qquad (2)$$

gegeben ist;

$\varkappa$ schließlich ist der Extinktionskoeffizient[1]), der durch das Absorptionsgesetz

$$\mathfrak{J} = \mathfrak{J}_0 \cdot e^{-\frac{4\pi n \varkappa}{\lambda_0}} \qquad (3)$$

($\mathfrak{J}_0$ eindringende, $\mathfrak{J}$ durchgelassene Lichtintensität, $\lambda_0 = \frac{2\pi c}{\nu_0}$) definiert ist.

Der Verlauf von n in der Umgebung des Absorptionsstreifens ist entsprechend der Gl. (1a) als Funktion der Wellenlänge in Fig. 4 dar-

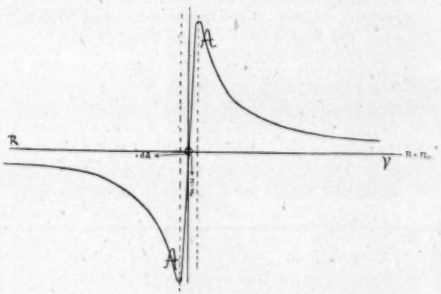


Fig. 4.

gestellt, indem für M ein beliebiger Wert benutzt ist. Wie aus der Gleichung (1a) hervorgeht, sollte dieser Verlauf, abgesehen von den Dimensionen der Koordinaten, in der Nähe jeder Absorptionslinie derselbe sein; die von uns beobachteten, abgelenkten Interferenzstreifen stellen nun direkt den Verlauf von n als Funktion der Wellenlänge dar und liefern dadurch einen bequemen Vergleich zwischen Theorie und Experiment.

Leider haben wir nur sehr kleine Photographien dieser anormalen Dispersion an der roten Wasserstofflinie ausführen können — einerseits wegen der Lichtschwäche und der kleinen Dimensionen der Erscheinung, andererseits weil häufige Schwankungen des Bildes keine längere Exposition erlaubten —, so daß wir die Photographien hier nicht direkt reproduzieren können. Jedoch haben wir die quantitativen Verhältnisse mittelst geeigneter Okularmikrometer im Spektrometerfernrohr direkt ausgemessen und dann nach diesen Messungen die folgenden Berechnungen ausgeführt und an der Hand jener kleinen Photographien obige Zeichnung (Fig. 2) angefertigt.

1) Vgl. Kaysers Definitionen in Winkelmanns Handbuch der Physik, 2. Aufl., Bd. VI, S. 746.

Diese beobachtete „Dispersionskurve" gibt nur den annähernd geradlinigen Verlauf von n kurz vor seinem Maximal- bezw. Minimalwert wieder, da der Verlauf innerhalb des Absorptionsstreifens und die asymptotische Annäherung an n_0 nicht sichtbar sind. Daß aber n außerhalb der plötzlichen Knicke der Interferenzstreifen nicht genau den ursprünglichen Wert n_0 hat, war durch scharfe Einstellung des Okularfadens auf dem Rand eines Maximums deutlich zu erkennen: beim Einschalten des Rohres D (Fig. 1) rückte der in der Fig. 2 links von der Absorptionslinie befindliche Teil ein wenig nach „unten", der rechts befindliche nach „oben".

Fig. 3 stellt einen größeren Teil der Dispersionskurve dar, und der Rand zwischen einem Max. und Min. z. B. verläuft sehr ähnlich der theoretischen Kurve, doch ist diese Figur aus den oben erwähnten Gründen quantitativ nicht zu verwerten.

Was die Ausmessung der Erscheinung bei kurzem Rohr (Fig. 2) betrifft, so sind die Abszissen aus der Dispersion des benutzten Prismas gegeben und die Ordinaten durch die Tatsache, daß eine Verschiebung um eine ganze Streifenbreite einer Änderung des Brechungsexponenten um $\frac{\lambda}{l}$ entspricht, wenn λ die betreffende Wellenlänge, l die Länge des leuchtenden Teiles des Rohres D (in unserem Falle 23,3 cm) bezeichnet[1]).

Wir haben nun erstens die Ablenkung (Ordinate) desjenigen Punktes gemessen, in dem sich der ziemlich scharfe Rand zwischen Maximum und Minimum mit dem der hellen Emissionslinie ($H\alpha$) schneidet, und unter den oben beschriebenen Bedingungen Werte erhalten, die einer Änderung des Brechungsexponenten um 6 bis 9 Einheiten der 7. Dezimale entsprechen[2]). Als Abszisse dieses Punktes ist offenbar die halbe scheinbare „Breite" der Emissionslinie einzusetzen, die freilich bei der hier verwandten Dispersion nicht gemessen werden konnte. Bei größerer Dispersion erhielten wir, indem wir auf die Grenze zwischen „wesentlich hell" „wesentlich dunkel"[3]) einstellten, unter denselben Druck- und Stromverhältnissen Werte, die zwischen 2 und 3 Å. lagen. Zweitens haben wir den Winkel α bestimmt, den der sehr angenähert geradlinig verlaufende Teil des abgelenkten Interferenzstreifens in der Nähe der Emissionslinie mit der Richtung n_0 einschließt. Die Tangente dieses Winkels haben wir bis auf einen Faktor C als identisch betrachtet mit der Tangente an die n-Kurve (Fig. 4) im Inflexionspunkte A bezw. A'. In diesen Punkten erhält man als Wert der geometrischen Tangente durch Differentiation der Gl. (1a) den Ausdruck

$$\left(\frac{d(n-n_0)}{d\lambda}\right)_A = \frac{2\pi c}{\lambda_0^2}\left(\frac{d(n-n_0)}{d\mu}\right)_A = \frac{2\pi c}{\lambda_0^2}\frac{M}{4\nu'} = C\cdot \operatorname{tg}\alpha \quad (4)$$

Der konstante Faktor C, der von den Dimensionen des verwendeten Spektrometers usw. abhängt, mußte experimentell ausgewertet werden. Betrachtet man das Viereck, welches von entsprechenden Rändern der roten Lithium- und Wasserstofflinie einerseits und zweier unabgelenkter Interferenzmaxima andererseits gebildet wird (vgl. Fig. 2), so gilt für den Winkel β der Diagonale dieses Vierecks mit der Richtung der unabgelenkten Interferenzstreifen die Beziehung

$$\operatorname{tg}(\beta) = \frac{1}{C}\cdot\frac{\lambda_0}{l}\cdot\frac{1}{\lambda_{Li}-\lambda_0}. \quad (5)$$

Für α fanden wir $\frac{7}{+}\,{}^{,}\,8^0$.
$\quad\quad\quad

als klein gegen n_0^2, also praktisch als klein gegen 1 voraussetzt. Aus den obigen Zahlen ergibt sich

$$\frac{\varrho}{\nu_0 \nu'} = 2 M \nu_0 = 3 \cdot 10^{-6},$$

woraus die Zulässigkeit der Vernachlässigung erwiesen ist. Ebenso zeigt sich, daß die in der allgemeinen Drudeschen Theorie gegen die Planckschе gemachte Vernachlässigung [1])

$$\nu^2 - \nu_0^2 \text{ groß gegen } 4/3\,\pi \frac{e^2}{m} \mathfrak{N}$$

hier unbedenklich ist, da sie nur verlangt, daß das betrachtete Intervall $\lambda_0 - \lambda$ groß ist gegen $3 \cdot 10^{-11}$ cm, d. h. gegen 3 Milliontel Ångströmeinheiten.

Auch die Anzahl Elektronen pro ccm läßt sich aus den erhaltenen Werten mittelst der Gleichungen (1) schätzen, falls man für e und e/m die bei Kathodenstrahlen gefundenen Werte benutzt; wir finden

$$\mathfrak{N} = 4 \cdot 10^{12},$$

während die Anzahl Moleküle Wasserstoff, die bei den betreffenden Versuchsbedingungen und Zimmertemperatur in der Volumeneinheit vorhanden sind, sich nach der kinetischen Theorie zu $2 \cdot 10^{17}$ berechnen, d. h. auf rund 50000 Moleküle entfällt ein „Dispersionselektron". Aus den magnetorotatorischen Versuchen von Hallo [2]) und Geiger [3]) an *Na*-Dampf wird dasselbe Verhältnis auf etwa 200:1 geschätzt.

Die bisherigen Betrachtungen bezogen sich alle auf die rote Wasserstofflinie bei einem Druck von 4 mm *Hg*. Dieser erwies sich unter den benutzten Verhältnissen am günstigsten: höherer Druck vergrößert zwar die Absorption, würde also auch die Dispersion deutlicher hervortreten lassen; allein die Röhre *D* wurde dann nicht mehr vollständig mit Licht gefüllt und die in ihr stattfindende Absorption ließ die Interferenzen der Lichtquelle unscharf erscheinen. Bei niedrigeren Drucken zog sich die Erscheinung auf ein immer engeres Gebiet zusammen, so daß quantitative Messungen nicht mehr ausgeführt werden konnten.

An der blaugrünen Wasserstofflinie konnten wir bei der angängigen Belastung des Induktoriums keine anomale Dispersion mit Sicherheit nachweisen. Daß die anomale Dispersion hier weit geringer als an der roten Wasserstofflinie ist, wurde durch Absorptionsmessungen bestätigt, die für den Mittelwert der Absorptionskonstante im Gebiete der Emissionslinie nur $^1/_6$ von dem bei *Hα* gefundenen Werte lieferte [1]).

Jedenfalls ist aber durch die beschriebenen Versuche die Tatsache der anormalen Dispersion des leuchtenden Wasserstoffs nachgewiesen: zur theoretischen Darstellung seiner Dispersion muß man also neben der einen Gattung von „Dispersionselektronen" des nicht leuchtenden Wasserstoffs im Ultraviolett neue „Dispersionselektronen" einführen, als deren Frequenz man die von *Hα* und daneben vielleicht die der andern Linien der sogenannten ersten Nebenserie des Wasserstoffs anzusehen hat, da dieselben nach den bisherigen Erfahrungen sich in jeder Beziehung ähnlich zu verhalten scheinen.

Schließlich möchten wir auch an dieser Stelle dem Direktor des Physikalischen Instituts zu Breslau, Herrn Professor O. Lummer, unseren aufrichtigen Dank sagen für die liebenswürdige Überlassung aller zur Ausführung der beschriebenen Versuche notwendigen Apparate.

1) Vgl. L. Nathanson, Bull. de l'Ac. des sciences de Crac., Apr. 1907, p. 327.

2) J. J. Hallo, Diss. Amst. 1902; Arch. Néerl. (2) 10, 148, 1905.

3) l. c.

1) Die Juliussche Sonnentheorie, die ja in einer großen Zahl spektroskopischer Erscheinungen auf der Sonne die Wirkung anormaler Dispersion, speziell von leuchtendem Wasserstoff, sieht, setzt voraus, daß die anormale Dispersion an der roten Wasserstofflinie von annähernd derselben Größe ist wie an der blaugrünen.

Breslau, Physik. Inst. d. Univ., Oktober 1908.

(Eingegangen 20. Oktober 1908.)

G. F. C. Searle (Cambridge), Über die durch eine sprungweise Änderung der Winkelgeschwindigkeit einer elektrisierten Kugel hervorgerufene Energiestrahlung.

§ 1. Einleitung.

Wenn sich die Winkelgeschwindigkeit einer elektrisierten Kugel plötzlich von $\boldsymbol{w}_1$ auf $\boldsymbol{w}_2$ ändert, so schreitet eine sphärische elektromagnetische Welle, die mit der Kugel konzentrisch ist, mit Lichtgeschwindigkeit nach außen hin fort. Die Dicke dieser Welle ist $2a$, gleich dem Durchmesser der Kugel. (Die fettgedruckten Zeichen $\boldsymbol{w}_1$ und $\boldsymbol{w}_2$ bedeuten hierbei Vektorgrößen.) Die Energie in der Welle strebt einem konstanten Werte zu. Die elektrische Kraft E und die magnetische Kraft H, die von der plötzlichen Änderung der Winkelgeschwindigkeit herrühren, suchen nämlich der Entfernung vom Mittelpunkte der Kugel umgekehrt proportional zu werden. Den Grenzwert der Energie in dieser Weile kann man auf Grund des Energie- und des Trägheitsprinzips leicht aus der magnetischen Energie ableiten, welche die Kugel besitzt, wenn sie stetig rotiert.

Die ausgestrahlte Energie ließe sich aus den Werten für die elektrischen und die magnetischen Kräfte in der Welle berechnen; diese

Methode erfordert aber eine viel umständlichere Rechnung als die dynamische Methode.

§ 2. Energie der Kugel bei gleichförmiger Rotation.

Der Halbmesser der Kugel sei a, und die Ladung auf ihrer Oberfläche Q. Dann ist die elektrische Kraft in einem Punkte außerhalb im Abstande r vom Kugelmittelpunkte gegeben durch

$$E = \frac{Q}{\varkappa r^2}. \tag{1}$$

Ist U_0 die elektrische Energie der Kugel im Ruhezustand, so ist

$$U_0 = \frac{Q^2}{2\varkappa a}. \tag{2}$$

Wenn die Kugel gleichförmig mit der Winkelgeschwindigkeit w rotiert, so bleibt die elektrische Kraft ungeändert, aber es tritt eine magnetische Kraft H hinzu. Diese magnetische Kraft läßt sich aus einem Potential ableiten, denn die elektrische Kraft in jedem einzelnen Punkte ist unabhängig von der Zeit. Da das magnetische Feld rings um die Drehungsachse symmetrisch ist, so läßt sich das magnetische Potential Ω_i in Punkten innerhalb der Kugel durch eine Reihe von Legrendeschen Kugelfunktionen ausdrücken, deren Anfangspunkt der Kugelmittelpunkt ist, und das Potential Ω_e für Punkte außerhalb läßt sich durch eine zweite Reihe von Legrendeschen Kugelfunktionen ausdrücken.

Die magnetische Kraft genügt zwei Bedingungen. Die erste Bedingung ist die, daß die radiale Komponente der magnetischen Kraft an der Oberfläche der Kugel, wo $r = a$ ist, kontinuierlich ist. Es muß also

$$-\left(\frac{d\Omega_e}{dr}\right)_{r=a} = -\left(\frac{d\Omega_i}{dr}\right)_{r=a}$$

sein. Die zweite Bedingung besteht darin, daß die tangentiale Komponente der magnetischen Kraft an der Kugeloberfläche einen Sprung vom Betrage $4\pi\sigma a w \sin\Theta$ erleidet, wo σ die Oberflächendichte der Ladung und Θ den Winkel zwischen dem Radius und der Drehungsachse bedeutet. Da nun

$$\sigma = \frac{Q}{4\pi a^2}$$

ist, so finden wir:

$$-\left(\frac{d\Omega_e}{r\,d\Theta}\right)_{r=a} + \left(\frac{d\Omega_i}{r\,d\Theta}\right)_{r=a} = \frac{Qw\sin\Theta}{a}.$$

Die beiden Bedingungen werden durch die harmonischen Glieder

$$\Omega_i = -\frac{2Qwr\cos\Theta}{3a}$$

und

$$\Omega_e = \frac{Qwa^2\cos\Theta}{3r^2}$$

befriedigt.

In Punkten innerhalb hat H_i^2 den konstanten Wert

$$H_i^2 = \left(\frac{d\Omega_i}{dr}\right)^2 + \left(\frac{d\Omega_i}{r\,d\Theta}\right)^2 = \frac{4Q^2w^2}{9a^2},$$

in Punkten außerhalb:

$$H_e^2 = \frac{Q^2w^2a^4}{9r^6}(4\cos^2\Theta + \sin^2\Theta).$$

Ist T die magnetische Energie des Systems, so ist:

$$T = \frac{\mu}{8\pi}\left\{\frac{4\pi a^3 H_i^2}{3} + \int_0^\pi\int_a^\infty H_e^2 \cdot 2\pi r^2 \sin\Theta\, d\Theta\, dr\right\},$$

wo μ die magnetische Permeabilität ist.

Die Integrationen sind leicht auszuführen und ergeben [1]):

$$T = \frac{\mu Q^2 a w^2}{9}. \tag{3}$$

Diese Gleichung können wir in der Form

$$T = \frac{1}{2}\mathcal{J}w^2 \tag{4}$$

schreiben, wo

$$\mathcal{J} = \frac{2\mu Q^2 a}{9} \tag{5}$$

ist. Die elektrische Energie bleibt ungeändert, also ist:

$$U = U_0 = \frac{Q^2}{2\varkappa a}. \tag{6}$$

§ 3. Winkelmoment der in stetiger Bewegung befindlichen Kugel.

Ist $\boldsymbol{m}$ die auf die Volumeneinheit bezogene Bewegungsgröße in irgendeinem Punkte und $V\boldsymbol{E}\boldsymbol{H}$ das Vektorprodukt aus $\boldsymbol{E}$ und $\boldsymbol{H}$, so ist:

$$\boldsymbol{m} = \left(\frac{\mu\varkappa}{4\pi}\right) V\boldsymbol{E}\boldsymbol{H}. \tag{7}$$

Da E im Innern der Kugel null ist, so brauchen wir nur Punkte außerhalb zu betrachten. In solchen Punkten hat $\boldsymbol{m}$ dieselbe Richtung wie die Bewegung eines Punktes, der sich mit der Kugel dreht. Wir brauchen nur die Komponente von H zu betrachten, die senkrecht auf E steht, und erhalten somit:

$$m = -\frac{\mu\varkappa}{4\pi} E \frac{d\Omega_e}{r\,d\Theta} = \frac{\mu Q^2 w a^2 \sin\Theta}{12\pi r^5}.$$

Bezeichnen wir das Drehmoment mit $\boldsymbol{M}$, so haben wir

$$\left.\begin{aligned}\boldsymbol{M} &= \int_0^\pi\int_a^\infty \boldsymbol{m}\, r\sin\Theta \cdot 2\pi r^2 \sin\Theta\, d\Theta\, dr \\ &= \frac{2\mu Q^2 a \boldsymbol{w}}{9}\end{aligned}\right\}. \tag{8}$$

1) Dieser Wert für T stimmt überein mit dem, welchen A. H. Bucherer nach einer anderen Methode gefunden hat. Siehe diese Zeitschr. **6**, 225–227, 1905.

Vergleichen wir (8) und (4) miteinander, so sehen wir, daß

$$\boldsymbol{M} = \mathcal{J}\boldsymbol{w} \tag{9}$$

und somit

$$T = \frac{1}{2} M w \tag{10}$$

ist.

§ 4. Die Natur der Welle.

Wir müssen jetzt die Natur der Welle betrachten, die entsteht, wenn die Winkelgeschwindigkeit der Kugel plötzlich von $\boldsymbol{w}_1$ in $\boldsymbol{w}_2$ übergeht.

Man könnte denken, daß die Welle ganz und gar von den plötzlichen Geschwindigkeitsänderungen der Ladungselemente herrührte. Das ist aber nicht der Fall. Man muß auch die Wirkungen der Beschleunigungen der Ladungselemente sowohl vor als nach der Zeit $t = 0$ berücksichtigen, zu der die sprungweise Änderung der Winkelgeschwindigkeit eintritt.

Wenn die Kugel gleichförmig rotiert, so müssen die von den Beschleunigungen der Ladungselemente herrührenden Wellen einander genau aufheben. In diesem Falle gibt es nämlich, wie wir im § 2 gesehen haben, keinen Teil der elektrischen oder der magnetischen Kraft, der in entfernten Punkten umgekehrt proportional dem Abstand r vom Kugelmittelpunkt wäre, denn E war proportional r^{-2} und H proportional r^{-3}.

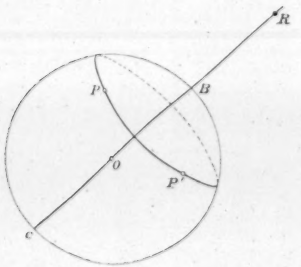


Fig. 1.

Es sei OR (Fig. 1) irgendein vom Kugelmittelpunkt aus gezogener Radius. OR möge die Kugel in B und C schneiden, und B möge zwischen O und R liegen.

Wenn t kleiner als $\frac{RB}{v}$ ist, so sind die Wellen in R, die dann von den Beschleunigungen der Ladungselemente herrühren, abhängig von Lage, Geschwindigkeit und Beschleunigung der Elemente zu negativen Zeiten zwischen $t - \frac{RC}{v}$ und $t - \frac{RB}{v}$. Während dieses Zeitraums rotierte die Kugel gleichförmig mit der Winkelgeschwindigkeit $\boldsymbol{w}_1$, und diese Wellen bringen infolgedessen in R keine Wirkung hervor.

Wenn t gleich $\frac{RP}{v}$ ist, wo P irgendein Punkt auf der Kugel ist, so haben wir in R eine Welle. Diese rührt von der plötzlichen Änderung der Geschwindigkeiten der Ladungselemente her, die zur Zeit $t = 0$ auf dem in einer zu OR senkrechten Ebene durch P gelegten Streifen PP' lagen.

Zur Zeit $t = \frac{RP}{v}$ hängen die von den Beschleunigungen der Ladungselemente herrührenden Wellen in R ab von den Beschleunigungen jener Elemente zu Zeiten, die zwischen der negativen Zeit $\frac{RP - RC}{v}$ und der positiven Zeit $\frac{RP - RB}{v}$ liegen. Dieses Intervall können wir in zwei Teile zerlegen, von denen der erste von $t = \frac{RP - RC}{v}$ bis $t = 0$, der zweite von $t = 0$ bis $t = \frac{RP - RB}{v}$ reicht. Jedes Element, welches während des ersten Intervalles eine Welle aussandte, die R zur Zeit $t = \frac{RP}{v}$ erreichte, befand sich zur Zeit der Emission auf dem Teil CPP' der geometrischen Kugel, auf der sich die Ladungen bewegen, und die Beschleunigung des Elementes entsprach der Winkelgeschwindigkeit $\boldsymbol{w}_1$. Jedes Element, welches während des zweiten Intervalles eine Welle aussandte, die R zur Zeit $t = \frac{RP}{v}$ erreichte, befand sich zur Zeit der Emission auf dem Teile BPP', und seine Beschleunigung entsprach der Winkelgeschwindigkeit $\boldsymbol{w}_2$. Nun ist $\boldsymbol{w}_2$ von $\boldsymbol{w}_1$ verschieden. Die im ersten Intervall ausgegangenen Wellen heben daher die im zweiten Intervall ausgegangenen nicht auf, und somit werden in R eine elektrische und eine magnetische Kraft vorhanden sein, die von den Beschleunigungen der Elemente herrühren. Da sie von den Beschleunigungen und nicht von gleichförmigen geradlinigen Bewegungen der Ladungselemente herrühren, so wird jede von ihnen für Werte von OR, die gegenüber OB unendlich sind, senkrecht auf OR stehen und dem Abstande OR umgekehrt proportional sein.

Wenn t größer als $\frac{RC}{v}$ ist, so sind die Wellen, welche R in diesem Zeitpunkt erreichen, zu solchen Zeiten ausgegangen, die zwischen den positiven Zeiten $t - \frac{RC}{v}$ und $t - \frac{RB}{v}$ liegen. Sie bringen daher keine Wirkung hervor, denn

während dieses Zeitraumes rotierte die Kugel gleichförmig mit der Winkelgeschwindigkeit w_2.

Zur Zeit t ist somit der Wellenbereich durch zwei Kugeln mit dem Mittelpunkt O und mit den Halbmessern $vt+a$ und $vt-a$ begrenzt. Nähert sich t dem Unendlichen, so streben die elektrische und die magnetische Kraft in jedem Punkte innerhalb dieses Gebietes, umgekehrt proportional dem Abstande r von O zu werden und senkrecht auf diesem Radius zu stehen.

Die auf die Volumeneinheit bezogene Bewegungsgröße $\boldsymbol{m}$ ist $\frac{\mu\varkappa}{4\pi V}\boldsymbol{EH}$ und steht daher senkrecht auf $\boldsymbol{E}$ und auf $\boldsymbol{H}$. Im Wellenbereich stehen für sehr große Werte von t sowohl $\boldsymbol{E}$ als auch $\boldsymbol{H}$ auf dem Radius senkrecht, und $\boldsymbol{m}$ hat infolgedessen dieselbe Richtung wie der Radius. Die Bewegungsgröße besitzt daher im Bereiche der Wellen kein Drehmoment um irgendwelche Achse.

§ 5. Energie in der Welle.

Wir können jetzt die Energie W berechnen, welche die bei plötzlicher Änderung der Winkelgeschwindigkeit von w_1 in w_2 entstehende Welle mitführt.

Es sei $\boldsymbol{G}$ die zu irgendeiner Zeit zur Erzeugung der plötzlichen Änderung der Winkelgeschwindigkeit erforderliche Drehkraft. Sie wird nach einer Zeit $\frac{2a}{v}$ zu wirken aufhören. Da die Bewegungsgröße in der Welle kein Drehmoment um irgendeine Achse hat, so muß die Änderung der drehenden Bewegung von $\mathcal{J}w_1$ in $\mathcal{J}w_2$ von der Wirkung der Drehkraft $\boldsymbol{G}$ herrühren. Es ist also:

$$\int_0^{\frac{2a}{v}} \boldsymbol{G}\,dt = \mathcal{J}(\boldsymbol{w}_2 - \boldsymbol{w}_1). \qquad (11)$$

Die ursprüngliche Energie im elektromagnetischen Felde ist $U_1 + \frac{1}{2}\mathcal{J}w_1^2$, und die schließlich vorhandene Energie ist $U_2 + \frac{1}{2}\mathcal{J}w_2^2 + W$. Aus (6) folgt:

$$U_2 = U_1.$$

Da die Energiezunahme von der Arbeit herrührt, welche die Drehkraft leistet, so haben wir:

$$\int_0^{\frac{2a}{v}} \boldsymbol{G}\boldsymbol{w}_2\,dt = \frac{1}{2}\mathcal{J}(w_2^2 - w_1^2) + W, \qquad (12)$$

wo $\boldsymbol{G}\boldsymbol{w}_2$ ein Skalarprodukt ist. Multiplizieren wir (11) mit $\boldsymbol{w}_2$, so erhalten wir:

$$\left.\begin{aligned}\int_0^{\frac{2a}{v}} \boldsymbol{G}\boldsymbol{w}_2\,dt &= \mathcal{J}(w_2^2 - \boldsymbol{w}_1\boldsymbol{w}_2)\\ &= \mathcal{J}(w_2^2 - w_1 w_2\cos\alpha)\end{aligned}\right\}, \qquad (13)$$

wo α der Winkel zwischen der alten und der neuen Drehungsachse ist.

Aus (12) und (13) erhalten wir:

$$W = \frac{1}{2}\mathcal{J}(w_1^2 + w_2^2 - 2w_1 w_2\cos\alpha). \qquad (14)$$

Die Symmetrie dieses Resultates zeigt, daß bei der Änderung von w_2 in w_1 dieselbe Energiemenge ausgestrahlt wird wie bei der Änderung von w_1 in w_2. Das Resultat läßt sich schreiben:

$$W = \frac{1}{2}\mathcal{J}(\boldsymbol{w}_2 - \boldsymbol{w}_1)^2. \qquad (15)$$

Durch Einsetzen des Wertes für $\mathcal{J}$ erhalten wir:

$$W = \frac{1}{9}\mu Q^2 a(w_1^2 + w_2^2 - 2w_1 w_2\cos\alpha). \qquad (16)$$

§ 6. Direkte Berechnung der Energie, welche ausgestrahlt wird, wenn eine kleine Winkelgeschwindigkeit plötzlich vernichtet wird.

Wenn die Kugel mit der Winkelgeschwindigkeit w rotiert und plötzlich angehalten wird, so finden wir nach (16) für die ausgestrahlte Energie

$$W = \frac{1}{9}\mu Q^2 a w^2. \qquad (17)$$

Wir wollen diesen Ausdruck nun für den Fall bestimmen, daß aw gegenüber v unendlich klein sei. Die Formeln für die elektrische und magnetische Kraft in der Welle können wir für endliche Werte von $\frac{aw}{v}$ mit Hilfe bekannter Prinzipien schreiben, aber diese Formeln sind kompliziert, und ihre weitere Behandlung ist für den vorliegenden Fall ungeeignet. Wir wollen daher nur die Teile von E und H betrachten, die den Faktor w enthalten. Durch diese Einschränkung schließen wir die elektrischen und magnetischen Kräfte aus, die von den Beschleunigungen der Ladungselemente herrühren, denn diese Kräfte enthalten den Faktor w^2. Die elektrischen und magnetischen Kräfte in der Welle rühren dann nur von der plötzlichen Geschwindigkeitsänderung her.

Wenn die Ladung σdS auf dem Oberflächenelement dS plötzlich angehalten wird, während sie sich mit der Geschwindigkeit $\boldsymbol{u}$ bewegt, so ist die elektrische Kraft in der Welle[1])

$$d\boldsymbol{E} = \frac{\boldsymbol{u} - \boldsymbol{R}\cdot\boldsymbol{u}\boldsymbol{R}}{\varkappa r(v - \boldsymbol{w}\boldsymbol{R})}\,\sigma dS, \qquad (18)$$

wo $\boldsymbol{R}$ einen Einheitsvektor längs des Radius r und dx die Breite des Oberflächenelements, parallel zu $\boldsymbol{R}$ gemessen, darstellt.

1) Vgl. Lorentz, Enzyklopädie der Math. Wiss. „Elektronentheorie", S. 188. — Paul Hertz, Untersuchungen über unstetige Bewegungen eines Elektrons (Göttingen), S. 36. — Searle, Phil. Mag., Januar 1907, S. 124.

Die magnetische Kraft wird aus (18) nach der Formel

$$d\boldsymbol{H} = \varkappa v V \boldsymbol{R} d\boldsymbol{E}$$

abgeleitet; mithin ist:

$$d\boldsymbol{H} = \frac{v V \boldsymbol{R} \boldsymbol{u}}{r(v - \boldsymbol{u}\boldsymbol{R})} \cdot \frac{\sigma\, dS}{dx}.$$

Ist aw gegenüber v zu vernachlässigen, so ist es auch $\boldsymbol{u}\boldsymbol{R}$, somit:

$$d\boldsymbol{H} = \frac{V \boldsymbol{R} \boldsymbol{u}}{r} \cdot \frac{\sigma\, dS}{dx}. \qquad (19)$$

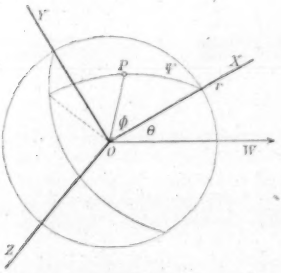


Fig. 2.

Es sei Ow in Fig. 2 die Drehungsachse und OX der vom Mittelpunkt O in Richtung des Punktes gezogene Radius, an dem die elektrische und die magnetische Kraft bestimmt werden sollen. Wir wollen die Achse OY in die Ebene von Ow und OX (Zeichenebene) legen und die Achse OZ senkrecht zu dieser nehmen, so daß die Achsen ein rechtshändiges System bilden. Der Winkel zwischen OX und Ow sei Θ.

P sei irgendein Punkt auf der Oberfläche der Kugel. Der Winkel POX sei φ, und die Ebene POX bilde mit der Ebene YOX den Winkel ψ.

Da

$$\boldsymbol{u} = V \boldsymbol{w} \boldsymbol{a}$$

ist, wo $\boldsymbol{a}$ den Radius OP bedeutet, so ist

$$\left.\begin{aligned} V \boldsymbol{R} \boldsymbol{u} &= V \boldsymbol{R} V \boldsymbol{w} \boldsymbol{a} = \boldsymbol{w} \cdot \boldsymbol{a}\boldsymbol{R} - \boldsymbol{a} \cdot \boldsymbol{R}\boldsymbol{w} \\ &= \boldsymbol{w} \cdot a \cos\varphi - \boldsymbol{a} \cdot w \cos\Theta \end{aligned}\right\}. \qquad (20)$$

Die Fläche dS eines Oberflächenelementes, das von den Ebenen x und $x + dx$, sowie ψ und $\psi + d\psi$ begrenzt wird, ist

$$dS = a\, d\psi\, dx.$$

Aus (19) und (20) folgt daher:

$$r d\boldsymbol{H} = \sigma a d\psi\, V \boldsymbol{R} \boldsymbol{u} = \sigma a d\psi (\boldsymbol{w} \cdot a \cos\varphi - \boldsymbol{a} \cdot w \cos\Theta)..$$

Dabei sind, was zulässig ist, die Linien, welche P und O mit dem Punkt in der Welle verbinden, als parallel behandelt.

Wir haben nun die Komponenten:

$$\begin{aligned} a_x &= a \cos\varphi, \\ a_y &= a \sin\varphi \cos\psi, \\ a_z &= a \sin\varphi \sin\psi; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} w_x &= w \cos\Theta, \\ w_y &= -w \sin\Theta, \\ w_z &= 0. \end{aligned}$$

Folglich ist:

$$\begin{aligned} r dH_x &= 0, \\ r dH_y &= -\sigma a^2 w (\sin\Theta \cos\varphi + \cos\Theta \sin\varphi \cos\psi) d\psi, \\ r dH_z &= -\sigma a^2 w \cos\Theta \sin\varphi \sin\psi\, d\psi. \end{aligned}$$

Durch Integration über ψ von 0 bis 2π erhalten wir, wenn wir die Beziehung

$$4\pi a^2 \sigma = Q$$

berücksichtigen:

$$\left.\begin{aligned} r H_x &= 0, \\ r H_y &= -\frac{1}{2} Q w \sin\Theta \cos\varphi, \\ r H_z &= 0. \end{aligned}\right\} \qquad (21)$$

In der Welle ist schließlich die Energie zur Hälfte elektrisch und zur Hälfte magnetisch, und es ist somit:

$$W = \int_0^{\pi} \int_{-a}^{a} \frac{\mu H^2}{4\pi} 2\pi r^2 \sin\Theta\, d\Theta\, dx.$$

Da

$$\cos\varphi = \frac{x}{a}$$

ist, so ist

$$W = \frac{\mu Q^2 w^2}{8} \int_0^{\pi} \int_{-a}^{a} \sin^3\Theta\, x^2\, d\Theta\, dx = \frac{1}{9} \mu Q^2 a w^2. \qquad (22)$$

Dieses Ergebnis steht mit (17) im Einklang.

Wenn die Winkelgeschwindigkeit sich plötzlich von $\boldsymbol{w}_1$ in $\boldsymbol{w}_2$ ändert, wo $\boldsymbol{w}_1$ und $\boldsymbol{w}_2$ beide klein sind, so kann diese Änderung dadurch bewirkt werden, daß die Winkelgeschwindigkeit $\boldsymbol{w}_1$ vernichtet und der Kugel dann die Winkelgeschwindigkeit $\boldsymbol{w}_2$ erteilt wird. Formel (19) ergibt dann:

$$\begin{aligned} d\boldsymbol{H} &= \frac{V \boldsymbol{R} (\boldsymbol{u}_1 - \boldsymbol{u}_2)}{r} \cdot \frac{\sigma\, dS}{dx} \\ &= \frac{V \boldsymbol{R} V (\boldsymbol{w}_1 - \boldsymbol{w}_2) \boldsymbol{a}}{r} \cdot \frac{\sigma\, dS}{dx}. \end{aligned}$$

Wenn wir also $\boldsymbol{w}_1 - \boldsymbol{w}_2$ statt $\boldsymbol{w}$ und somit $w_1^2 + w_2^2 - 2 w_1 w_2 \cos\alpha$ statt w^2 in (22) setzen, so werden wir, in Übereinstimmung mit (16), erhalten:

$$W = \frac{1}{9} \mu Q^2 a (w_1^2 + w_2^2 - 2 w_1 w_2 \cos\alpha).$$

§ 7. Die zum Anlassen oder zum Anhalten der Kugel erforderliche Drehkraft.

Wird die Winkelgeschwindigkeit der Kugel plötzlich von null in w geändert, oder umgekehrt, so dauert die Drehkraft, die an der Kugel angreifen muß, um die Winkelgeschwindigkeit w zu erhalten oder die Kugel in Ruhe zu halten, während der Zeit $\frac{2a}{v}$ an, während

der die Welle über die Kugel hinschreitet, und während ihrer Dauer hat sie einen veränderlichen endlichen Wert. Paul Hertz[1]) hat die Kraft berechnet, die zu irgendeiner Zeit erforderlich ist, wenn eine Kugel plötzlich in geradlinige Bewegung versetzt wird, und ich habe die Methode auf die Bestimmung der Kraft ausgedehnt, die nötig ist, um die Kugel aufzuhalten[2]). Dieselben Prinzipien der Energie und der Bewegungsgröße lassen sich auf die rotierende Kugel anwenden.

Der Kugel möge plötzlich zur Zeit $t = 0$ die Winkelgeschwindigkeit w erteilt werden, und G sei die zur Zeit t zur Aufrechterhaltung dieser Winkelgeschwindigkeit erforderliche Drehkraft. Zur Zeit t ist die Energie des elektromagnetischen Feldes um den Betrag der von der Drehkraft geleisteten Arbeit größer als U_0. Zur Zeit t ist daher die Energie

$$U_0 + \int_0^t G w dt.$$

Wenn zur Zeit t die Kugel plötzlich zur Ruhe gebracht wird, so leistet die hemmende Drehkraft keine Arbeit, und die Energie bleibt daher ungeändert. Wenn die Wellen auf sehr große Entfernung fortgeschritten sind, so besteht die Energie aus U_0 (weil die Kugel jetzt in Ruhe ist) im Verein mit W', der Energie der zusammengesetzten Welle, die infolge des Anstoßes und des Anhaltens der Kugel entstanden ist. Es ist also:

$$U_0 + \int_0^t G w dt = U_0 + W',$$

also:

$$G = \frac{1}{w} \frac{dW'}{dt}. \qquad (23)$$

Die zum Anhalten der Kugel erforderliche Drehkraft können wir finden, wenn wir das Prinzip von der Bewegungsgröße zusammen mit dem Energieprinzip anwenden. G sei nun die Drehkraft, die nötig ist, um die Kugel zur Zeit t in Ruhe zu halten, nachdem sie zur Zeit $t = 0$ angehalten worden ist.

Das dem elektromagnetischen Felde von $t = 0$ bis $t = t$ erteilte Drehmoment ist

$$\int_0^t G dt.$$

Während dieser Periode leistet die Drehkraft keine Arbeit, die Energie bleibt also ungeändert.

Zur Zeit t möge die Winkelgeschwindigkeit plötzlich von 0 auf ihren ursprünglichen Wert w wachsen, und F sei die Drehkraft, die angewandt werden muß, um die Winkelgeschwindigkeit zu erhalten. F dauert dann von t bis t' an, wo

$$t' = t + \frac{2a}{v}$$

ist, und während dieser Zeit wächst das Drehmoment um

$$\int_t^{t'} F dt.$$

Nach § 4 führen die beim Anhalten und beim Anstoßen der Kugel entstehenden Wellen kein Drehmoment. Nach einer langen Zeit ist das Drehmoment dasselbe, wie es vor dem Anhalten der Kugel war, weil die Winkelgeschwindigkeit dieselbe ist. Die gesamte Zunahme des Drehmomentes ist also null. Es ist somit:

$$\int_0^t G dt + \int_t^{t'} F dt = 0. \qquad (24)$$

Während des Zeitraums von t bis t' hat die Drehkraft F Arbeit geleistet, folglich ist die Energie gewachsen. Dieser Zuwachs wird durch die Energie W'' in der zusammengesetzten Welle dargestellt, die aus den beiden beim Anhalten und beim Anlassen der Kugel entstandenen Wellen gebildet wird. Es ist also:

$$\int_t^{t'} F w dt = W''. \qquad (25)$$

Eliminieren wir aus (24) und (25) F, so erhalten wir:

$$\int_0^t G w dt = -W'',$$

und mithin:

$$G = -\frac{1}{w} \frac{dW''}{dt}. \qquad (26)$$

Die durch das Anhalten der Kugel entstandene Welle unterscheidet sich von der durch das Anlassen der Kugel entstandenen nur durch die Richtung der elektrischen und der magnetischen Kraft. Wenn daher die Wellen so weit vorgeschritten sind, daß der Radius jeder von ihnen gegenüber $2a$ unendlich ist, so ist die Energie der zusammengesetzten Welle für einen gegebenen Wert t in den beiden hier betrachteten Fällen dieselbe. Es ist daher

$$W'' = W'. \qquad (27)$$

Wenn aw gegenüber v unendlich klein ist, so können wir den Wert für W' aus dem Werte der magnetischen Kraft ableiten, den wir in § 6 gefunden haben, nämlich:

$$rH_y = -\frac{Qw \sin\Theta \cdot x}{2a}, \qquad (28)$$

wo x für $a\cos\varphi$ gesetzt ist.

Die eine Welle beginnt später als die andere, und zwar um die Zeit t; die beiden Wellen greifen daher auf eine radiale Strecke gleich

1) Untersuchungen über unstetige Bewegungen eines Elektrons, S. 65.

2) Proc. Roy. Soc. (A) **79**, 550. Daselbst habe ich die Methode von Hertz skizziert und seine Ergebnisse mitgeteilt.

$2a - vt$ übereinander. Die Störung auf jeder Seite dieses zentralen Gebietes rührt je von einer der beiden Wellen her. Wir haben in jedem der beiden Teile, nach (28),

$$|rH_y| = \left|\frac{Qw \sin\Theta \cdot x}{2a}\right|,$$

wo x der Abstand von der Mitte der Welle ist, welcher der betreffende Teil zugehört. Ist W_1' die Energie in diesen beiden Teilen, so ist:

$$\left.\begin{aligned} W_1' &= 2\int_0^{\pi}\int_{a-vt}^{a} \frac{\mu H_y^2}{4\pi} \cdot 2\pi r^2 \sin\Theta d\Theta dx \\ &= \frac{\mu Q^2 w^2}{18a^2}(6a^2vt - 6av^2t^2 + 2v^3t^3). \end{aligned}\right\} \quad (29)$$

In dem mittleren Gebiete, wo die beiden Wellen übereinandergreifen, wird die magnetische Kraft gegeben durch:

$$\begin{aligned} |rH_y| &= \left|\frac{Qw \sin\Theta}{2a} \cdot \{x - (x - vt)\}\right| \\ &= \left|\frac{Qw \sin\Theta \cdot vt}{2a}\right|. \end{aligned}$$

Ist W_2' die Energie in diesem Teile, so ist:

$$\begin{aligned} W_2' &= (2a - vt)\int_0^{\pi} \frac{\mu H_y^2}{4\pi} \cdot 2\pi r^2 \sin\Theta d\Theta \\ &= \frac{\mu Q^2 w^2}{18a^2} v^2t^2(6a - 3vt). \end{aligned}$$

Die Gesamtenergie in der zusammengesetzten Welle ist die Summe von W_1' und W_2', also:

$$W' = \frac{\mu Q^2 w^2}{18a^2}(6a^2vt - v^3t^3). \quad (30)$$

Wir können jetzt die Drehkraft G finden, die erforderlich ist, um die Kugel in Bewegung zu setzen. Es ist also:

$$G = \frac{1}{w}\frac{dW'}{dt} = \frac{\mu Q^2 vw}{6a^2}(2a^2 - v^2t^2). \quad (31)$$

Es ist bemerkenswert, daß die Drehkraft das Vorzeichen wechselt, wenn $vt = a\sqrt{2}$ wird. Während des ersten Abschnittes ist das Zeitintegral der Drehkraft $M\sqrt{2}$, und während des zweiten Abschnittes $-M(\sqrt{2}-1)$. Dabei ist, wie in § 2,

$$M = \frac{2\mu Q^2 aw}{q}.$$

Die Drehkraft G beginnt zur Zeit $t = 0$ und dauert bis $t = \frac{2a}{v}$. Die Drehkraft, die erforderlich ist, um die Kugel anzuhalten, ist der Größe nach der durch (31) gegebenen gleich, aber entgegengesetzt gerichtet.

(Aus dem Englischen übersetzt von Max Iklé.)

(Eingegangen 23. September 1908.)

G. F. C. Searle (Cambridge), Die Energiestrahlung seitens eines Elektrons, das sich harmonisch in einer endlichen geradlinigen oder elliptischen Bahn bewegt.

§ 1. Einleitung.

Wenn eine punktförmige Ladung Q zur Zeit $t = 0$ eine Beschleunigung $\boldsymbol{f}$ und eine Geschwindigkeit $\boldsymbol{u}$, kleiner als die Lichtgeschwindigkeit v, hat, so ruft sie zur Zeit $t = \frac{r}{v}$ die elektrische Kraft

$$\boldsymbol{E} = \frac{Q}{\varkappa r}\left\{\frac{-\boldsymbol{f}}{v^2h^2} + \frac{(v\boldsymbol{R} - \boldsymbol{u})f\cos\gamma}{v^3h^3}\right\} \quad (1)$$

hervor[1]), wo

$$vh = v - u\cos\Theta \quad (2)$$

ist.

Diese elektrische Kraft wird begleitet von der magnetischen Kraft

$$\boldsymbol{H} = \varkappa v V\boldsymbol{R}\boldsymbol{E}. \quad (3)$$

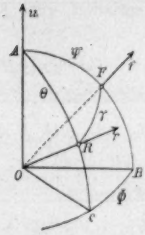
Hier ist r von der Lage von Q zur Zeit $t = 0$ an gemessen; Θ und γ sind die Winkel, welche der Einheitsradiusvektor $\boldsymbol{R}$ mit $\boldsymbol{u}$ und $\boldsymbol{f}$ bildet, und $\varkappa$ ist die Dielektrizitätskonstante. (Vektoren sind durch fette Buchstaben bezeichnet, und $V\boldsymbol{R}\boldsymbol{E}$ ist ein Vektorprodukt.) Neben dieser elektrischen Kraft besteht eine zweite; diese ist von der Art, als wenn sich Q gleichförmig mit der Geschwindigkeit $\boldsymbol{u}$ bewegen würde; sie ist daher radial zu der Lage gerichtet, welche Q zur Zeit $t = \frac{r}{v}$ erreicht haben würde, wenn es sich mit der Geschwindigkeit $\boldsymbol{u}$ weiter bewegt hätte. Diese elektrische Kraft ist umgekehrt proportional $t^2(v^2 + u^2 - 2vu\cos\Theta)$ und daher umgekehrt proportional r^2. Da wir nur die ausgestrahlte Energie suchen, so können wir r so groß nehmen, wie wir wollen; wir können also die elektrische Kraft, die von der stetigen Bewegung herrührt, gegenüber der durch Gleichung (1) gegebenen elektrischen Kraft vernachlässigen.

Die Bewegung von Q während des Zeitraumes von $t = 0$ bis $t = dt$ ruft eine Störungswelle hervor, die zur Zeit t auf eine Schale beschränkt ist, die zwischen folgenden Kugeln liegt: der um die Lage von Q zur Zeit $t = 0$ beschriebenen Kugel vom Radius vt und der um die Lage von Q zur Zeit $t = dt$ beschriebenen Kugel vom Radius $v(t - dt)$. Die Dicke dieser Schale ist $(v - u\cos\Theta)dt$ oder $vhdt$. Ist dW die Energie in dieser Schale, wenn die Welle eine große Strecke zurückgelegt hat, so ist diese Energie zur Hälfte elektrisch und zur Hälfte magnetisch. Es ist also:

1) Heaviside, Nature, 6. Nov. 1902. — Abraham, Theorie der Elektrizität **2**, 97. — Searle, Phil. Mag., Jan. 1907, S. 148.

$$\frac{dW}{dt} = \int \frac{\varkappa E^2}{4\pi} v h r^2 \, d\omega , \qquad (4)$$

wo $d\omega$ ein Element eines räumlichen Winkels ist.



Es sei in der Figur O die Lage von Q zur Zeit $t = 0$. OA sei die Richtung von $\boldsymbol{u}$, OF die von $\boldsymbol{f}$ und OR die von $\boldsymbol{R}$. Der Winkel AOF zwischen $\boldsymbol{u}$ und $\boldsymbol{f}$ sei ψ, und der Winkel BOC zwischen den Ebenen AOF und AOR sei φ. Der Winkel AOR ist, wie bereits festgestellt, θ, und der Winkel FOR ist γ.

Die Winkel θ und φ sind die Winkelkoordinaten von OR, und es ist:

$$d\omega = \sin\theta \, d\theta \, d\varphi , \qquad (5)$$

$$\cos\gamma = \cos\theta \cos\psi + \sin\theta \sin\psi \cos\varphi . \qquad (6)$$

Der Kürze halber wollen wir schreiben:

$$u = n v , \qquad (7)$$

und demgemäß

$$h = 1 - u \cos\theta . \qquad (8)$$

Aus Gleichung (1) finden wir leicht

$$E^2 = \frac{Q^2 f^2}{\varkappa^2 r^2 v^4} \left[\frac{1}{h^4} + \frac{2 n \cos\psi \cos\gamma}{h^5} - \frac{(1 - n^2)\cos^2\gamma}{h^6} \right] . \qquad (9)$$

Aus (6) folgt:

$$\int_0^{2\pi} \cos\gamma \, d\varphi = \frac{2\pi \cos\psi (1 - h)}{n} ,$$

$$\int_0^{2\pi} \cos^2\gamma \, d\varphi = \frac{2\pi}{2 n^2} \{ (2 - 3\sin^2\psi)(1 - h)^2 + n^2 \sin^2\psi \} .$$

Aus (4) und (5) folgt:

$$\frac{dW}{dt} = \frac{\varkappa v}{4\pi} \iint E^2 r^2 h \sin\theta \, d\theta \, d\varphi ,$$

wo φ von 0 bis 2π und θ von 0 bis π läuft. Setzen wir nach der Integration über φ für $\sin\theta \, d\theta$ den Wert $\frac{dh}{n}$ ein, und benutzen wir die Beziehung

$$\varkappa \mu v^2 = 1 ,$$

so erhalten wir:

$$\frac{dW}{dt} = \frac{\mu Q^2 f^2}{2 v n^3} (A - B \sin^2\psi) ,$$

$$A = \int_{1-n}^{1+n} \left(-\frac{1}{h^3} + \frac{2}{h^4} - \frac{1 - n^2}{h^5} \right) dh = \frac{4 n^3}{3 (1 - n^2)^3} ,$$

$$B = \int_{1-n}^{1+n} \left(-\frac{3 + n^2}{2 h^3} + \frac{3 - n^2}{h^4} - \frac{(1 - n^2)(3 - n^2)}{2 h^5} \right) dh = \frac{4 n^5}{3 (1 - n^2)^3} .$$

Folglich:

$$\frac{dW}{dt} = \frac{2 \mu Q^2 f^2 (1 - n^2 \sin^2\psi)}{3 v (1 - n^2)^3} = \qquad (10)$$

$$= \frac{2 \mu Q^2 f^2 v^3 (v^2 - u^2 \sin^2\psi)}{3 (v^2 - u^2)^3} . \qquad (11)$$

Dieser Ausdruck stimmt mit den von Heaviside[1]) und von Abraham[2]) gefundenen überein.

Auf Grund dieses Wertes für $\frac{dW}{dt}$ läßt sich die in einer gegebenen Zeit ausgestrahlte Energie für gewisse Fälle berechnen. Wenn sich beispielsweise das Elektron gleichförmig in einem Kreise vom Radius a bewegt, so ist die Energie zur Zeit t im Innern einer Kugel vom Radius r um die Lage, die Q zur Zeit $t - \frac{r}{v}$ einnimmt, unabhängig von t, und $\frac{dW}{dt}$ ist daher gleich der von der tangentialen Kraft F, die das Elektron im Kreise herumtreibt, geleisteten Arbeitsmenge.

Für den Fall, daß das Elektron einen Kreis vom Radius a mit der Winkelgeschwindigkeit p in der Periode $\frac{2\pi}{p}$ beschreibt, steht die Beschleunigung ap^2 senkrecht auf der Geschwindigkeit ap, und es ist daher $\sin\psi = 1$.

Es ist dann:

$$\frac{dW}{dt} = \frac{2 \mu Q^2 f^2 v^3}{3 (v^2 - u^2)^2} = \frac{2 \mu Q^2 v^3 a^2 p^4}{3 (v^2 - a^2 p^2)^2} \qquad (12)$$

und

$$F = \frac{1}{u} \frac{dW}{dt} = \frac{2 \mu Q^2 v^3 a p^3}{3 (v^2 - a^2 p^2)^2} .$$

Ist W die bei einem Kreislauf ausgestrahlte Energie, so ist:

$$W = \int_0^{\frac{2\pi}{p}} \frac{dW}{dt} dt = \frac{4\pi \mu Q^2 v^3 a^2 p^3}{3 (v^2 - a^2 p^2)^2} . \qquad (13)$$

1) Heaviside, Nature, 6. Nov. 1902.
2) Abraham, Theorie der Elektrizität **2**, 118.

Wenn sich das Elektron nach irgendeinem gegebenen Gesetz in einer geschlossenen Bahn von beliebiger Gestalt bewegt, so können wir die tangentiale Kraft, die erforderlich ist, um das Elektron durch seine Bahn zu treiben, aus (11) nicht ableiten, weil die Energie zur Zeit t im Innern einer Kugel vom Radius r, deren Mittelpunkt an der Stelle liegt, die Q zur Zeit $t-\frac{r}{v}$ einnimmt, nicht konstant ist, sondern mit fortschreitender Zeit schwankt. Wenn wir aber, nachdem die Bewegung eine gehörige Zeit angedauert hat, $\frac{dW}{dt}$ nach t über einen vollen Kreislauf integrieren, so werden wir die gesamte Energie erhalten, die das Elektron während des Kreislaufes ausstrahlt, denn die Energie im Innern der bewegten Kugel vom Radius r ist am Ende des Kreislaufes dieselbe wie zu Beginn.

§ 2. Harmonische geradlinige Bewegung eines Elektrons.

Wenn sich eine punktförmige Ladung Q harmonisch längs einer geraden Linie von der Länge a in der Periode $T=\frac{2\pi}{p}$ bewegt, so werden die Verschiebung x, die Geschwindigkeit u und die Beschleunigung f gegeben durch:

$$\left.\begin{aligned} x &= a\sin pt,\\ u &= ap\cos pt,\\ f &= -ap^2\sin pt. \end{aligned}\right\} \qquad (14)$$

Setzen wir diese Werte für u und f in (11) ein, und beachten wir, daß $\sin^2\psi = 0$ ist, weil der Winkel zwischen $\boldsymbol{u}$ und $\boldsymbol{f}$ entweder 0 oder π ist, so finden wir, daß die während eines vollen Kreislaufs ausgestrahlte Energie durch

$$W=\int_0^{\frac{2\pi}{p}} \frac{2\mu Q^2 v^5 a^2 p^4 \sin^2 pt}{3(v^2-a^2p^2\cos^2 pt)^3}\,dt$$

gegeben ist. Wenn wir Θ statt pt schreiben, so erhalten wir:

$$W=\frac{2\mu Q^2 v^5 a^2 p^3}{3}\int_0^{2\pi}\frac{\sin^2\Theta\,d\Theta}{(v^2-a^2p^2\cos^2\Theta)^3}. \qquad (15)$$

Nun ist:

$$\left.\begin{aligned} \int_0^{2\pi}\frac{\sin^2\Theta\,d\Theta}{(l^2-m^2\cos^2\Theta)^3} = \frac{1}{m^2}\Big\{&\int_0^{2\pi}\frac{d\Theta}{(l^2-m^2\cos^2\Theta)^2}\\ &-(l^2-m^2)\int_0^{2\pi}\frac{d\Theta}{(l^2-m^2\cos^2\Theta)^3}\Big\}. \end{aligned}\right\} \qquad (16)$$

Wenn $l^2>m^2$ ist, so ist:

$$\int_0^{2\pi}\frac{d\Theta}{l+m\cos\Theta}=\int_0^{2\pi}\frac{d\Theta}{l-m\cos\Theta}=\frac{2\pi}{\sqrt{l^2-m^2}},$$

und daher

$$\int_0^{2\pi}\frac{d\Theta}{l^2-m^2\cos^2\Theta}=\frac{2\pi}{l\sqrt{l^2-m^2}}. \qquad (17)$$

Durch Differentiation von (17) nach l erhalten wir

$$\int_0^{2\pi}\frac{d\Theta}{(l^2-m^2\cos^2\Theta)^2}=\frac{2\pi(2l^2-m^2)}{2l^3(l^2-m^2)^{3/2}}. \qquad (18)$$

Differentiieren wir (18) nach l, so erhalten wir

$$\int_0^{2\pi}\frac{d\Theta}{(l^2-m^2\cos^2\Theta)^3} = \frac{2\pi(8l^4-8l^2m^2+3m^4)}{8l^5(l^2-m^2)^{5/2}}. \qquad (19)$$

Wenden wir (18) und (19) auf (16) an, so finden wir[1]):

$$\int_0^{2\pi}\frac{\sin^2\Theta\,d\Theta}{(l^2-m^2\cos^2\Theta)^3}=\frac{2\pi(4l^2-3m^2)}{8l^5(l^2-m^2)^{5/2}}. \qquad (20)$$

Setzen wir $v=l$ und $ap=m$, so erhalten wir aus (15):

$$W=\frac{\pi\mu Q^2 a^2 p^3(4v^2-3a^2p^2)}{6(v^2-a^2p^2)^{5/2}}. \qquad (21)$$

Vernachlässigen wir ap gegenüber v, so erhalten wir den Hertzschen Wert für die bei einem Kreislauf ausgestrahlte Energie:

$$W_0=\frac{2\pi\mu Q^2 a^2 p^3}{3v}. \qquad (22)$$

Um darzutun, wie sich (21) von (22) unterscheidet, können wir (21) nach Potenzen von $\frac{ap}{v}$ entwickeln. Wir erhalten dann:

$$\left.\begin{aligned} W=\frac{2\pi\mu Q^2 a^2 p^3}{3v}\Big\{1&+\frac{3}{4}\frac{a^2p^2}{v^2}+\frac{3}{4}\frac{a^4p^4}{v^4}\\ &+\frac{25}{32}\frac{a^6p^6}{v^6}+\cdots\Big\}\end{aligned}\right\} \qquad (23)$$

Der Ausdruck für W_0 entspricht der Lösung von H. Hertz für die infinitesimale Schwingung eines Elektrons.

§ 3. Harmonische Bewegung eines Elektrons in einer Ellipse.

Wenn sich ein Elektron auf einer Ellipse mit den Achsen 2a und 2b in der Periode $\frac{2\pi}{p}$ bewegt, so lassen sich seine Koordinaten zur Zeit t durch

$$\left.\begin{aligned} x &= a\sin pt,\\ y &= b\cos pt \end{aligned}\right\} \qquad (24)$$

1) Dieses Ergebnis läßt sich auch dadurch erhalten, daß man $(l^2-m^2\cos^2\Theta)^{-3}$ entwickelt und dann jedes Glied für sich integriert.

darstellen. Daraus folgt:

$$u^2 = \left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dt}\right)^2 = p^2 b^2 + p^2 (a^2 - b^2) \cos^2 pt, \quad (25)$$

$$f^2 = \left(\frac{d^2x}{dt^2}\right)^2 + \left(\frac{d^2y}{dt^2}\right)^2 = p^4 \{a^2 - (a^2 - b^2)\cos^2 pt\}. \quad (26)$$

Da ψ der Winkel zwischen $\boldsymbol{u}$ und $\boldsymbol{f}$ ist, so erhalten wir:

$$u^2 f^2 \sin^2\psi = \left\{\frac{dx}{dt}\cdot\frac{d^2y}{dt^2} - \frac{dy}{dt}\cdot\frac{d^2x}{dt^2}\right\}^2 = a^2 b^2 p^6. \quad (27)$$

Wenn wir schreiben:

$$v^2 - b^2 p^2 = l^2,$$
$$p^2 (a^2 - b^2) = m^2,$$
$$pt = \Theta,$$

also

$$v^2 - a^2 p^2 = l^2 - m^2,$$

und wenn wir die Werte aus (25), (26) und (27) in (11) einsetzen, so erhalten wir:

$$\frac{dW}{d\Theta} = \frac{1}{p}\frac{dW}{dt} = \frac{2\mu Q^2 v^3 \{v^2 p^2 (a^2 p^2 - m^2\cos^2\Theta) - a^2 b^2 p^6\}}{3p(l^2 - m^2\cos^2\Theta)^3} = \frac{2\mu Q^2 v^3 p}{3}\left[\frac{v^2}{(l^2 - m^2\cos^2\Theta)^2} - \frac{l^2(l^2 - m^2)}{(l^2 - m^2\cos^2\Theta)^3}\right]. \quad (28)$$

Um die während eines Kreislaufes ausgestrahlte Energie zu finden, integrieren wir $\frac{dW}{d\Theta}$ nach Θ von $\Theta = 0$ bis $\Theta = 2\pi$. Auf Grund von (18) und (19) erhalten wir dann:

$$W = \frac{\pi\mu Q^2 v^3 p}{6 l^3 (l^2 - m^2)^{5/2}}\{v^2(8l^2 - 4m^2) - (8l^4 - 8l^2 m^2 + 3m^4)\} = \frac{\pi\mu Q^2 v^3 p^3}{6(v^2 - a^2 p^2)^{5/2}(v^2 - b^2 p^2)^{5/2}}\{a^2(4v^2 - 3a^2 p^2) + b^2(4v^2 - 3b^2 p^2) - 2a^2 b^2 p^2\}. \quad (29)$$

Wenn $b = a$ ist, so finden wir Formel (13) für die Energie wieder, die bei einem Kreislauf ausgestrahlt wird, wenn das Elektron in einem Kreise vom Radius a mit der Winkelgeschwindigkeit p umläuft, nämlich:

$$W = \frac{4\pi\mu Q^2 v^3 a^2 p^3}{3(v^2 - a^2 p^2)^2}. \quad (30)$$

Können $a^2 p^2$ und $b^2 p^2$ gegenüber v^2 vernachlässigt werden, so erhalten wir:

$$W = \frac{2\pi\mu Q^2 p^3 (a^2 + b^2)}{3v}. \quad (31)$$

Vergleichen wir (31) mit (22), so sehen wir, daß bei dieser Annäherung jede der beiden Komponenten der Beschleunigung nach den beiden Hauptachsen der Ellipse dieselbe Strahlungsmenge hervorruft, als wenn die andere Komponente nicht vorhanden wäre. Dieses Ergebnis folgt aus (11), wenn man $\frac{u^2}{v^2}$ vernachlässigt. $\frac{dW}{dt}$ ist nämlich proportional $f_x^2 + f_y^2$, wo f_x und f_y die beiden Komponenten von f sind. Der Mittelwert von f^2 ist also die Summe aus den Mittelwerten von f_x^2 und f_y^2.

Wenn $a^2 p^2$ und $b^2 p^2$ klein, aber nicht unendlich klein gegenüber v^2 sind, so entwickeln wir (29) nach Potenzen von $\frac{ap}{v}$ und $\frac{bp}{v}$ und erhalten:

$$W = \frac{2\pi\mu Q^2 p^3 (a^2 + b^2)}{3v}\left\{1 + \frac{(3a^4 + 10a^2 b^2 + 3b^4)p^2}{4(a^2 + b^2)v^2} + \ldots\right\}. \quad (32)$$

(Aus dem Englischen übersetzt von Max Iklé.)

(Eingegangen 27. September 1908.)

Mathias Cantor (Würzburg), Über eine neue Wirkung des elektrischen Stromes.

Wenn man sich von der Vorstellung leiten läßt, daß die elektrische Strömung auch in metallischen Leitern mit der Translation träger Teile verbunden ist, so könnte man erwarten, daß der experimentelle Nachweis dieser Teile an solchen Stellen gelingen würde, an welchen die Stromfäden eine plötzliche Richtungsänderung erfahren. Durch die Versuchsanordnung, welche ich hier vorführen möchte, gelangt man in der Tat zu Ergebnissen, welche der erwähnten Vorstellung zu entsprechen scheinen. —

Eine Glasplatte, welche eine möglichst scharfe Kante besitzt, ist mit einer äußerst dünnen Metallhaut überzogen. Der Metallüberzug ist in der bekannten Weise durch Einbrennen von Gold hergestellt und bildet gutspiegelnde Flächen, die sehr durchsichtig sind. Ähnlich wie der Goldüberzug verhalten sich eingebranntes Platin und sehr dünne chemische Versilberung.

Die Goldbelegung der Glasplatte wird beim Schließen des Stromschlüssels mit einer Batterie von 70 Volt verbunden, und dann durchfließt ein Strom die Metallschicht so, daß die Stromfäden an der scharfen Kante geknickt werden. Parallel mit der scharfen Kante und 2—3 mm von ihr entfernt ist ein Draht isoliert aufgestellt und mit einem Braunschen Voltmeter verbunden. Das Voltmeter wird zunächst auf einige hundert Volt geladen.

Wenn man jetzt den Strom durch die Platte schließt, so bemerkt man, daß sogleich eine

kräftige Entladung des Instrumentes stattfindet. Es verschwinden positive und negative Ladungen, doch scheint die Entladung der positiven rascher zu erfolgen.

Eine photographische Platte, welche im Abstande von ca. 2 mm von der wirksamen Kante entfernt durch 30 Minuten exponiert wurde, während der Strom den Goldbelag in der beschriebenen Weise durchfloß, ergab nach der Entwicklung ein kräftiges Negativ, das ein scharfes Abbild der wirksamen Kante zeigt und dessen Projektion ich mir hier vorzuführen erlaube. Das photographische Bild verhält sich so, als ob geladene Teile in bestimmter Richtung die scharfe Kante verlassen würden und daneben noch einige zufällige Emissionszentra vorhanden wären.

Durch demnächst im Vakuum auszuführende Versuche sollen Geschwindigkeit und Orientierung der emittierten Teile bestimmt und ihr Verhalten im elektromagnetischen Felde untersucht werden. Es läßt sich vielleicht hoffen, daß diese Versuche zu einer klaren Anschauung über den Zustand, in welchem sich ein vom Strom durchflossenes Metall befindet, führen werden. Es sei noch hinzugefügt, daß das in elektrolytischen Leitern stattfindende Phänomen der Stenolyse, welches von F. Braun entdeckt worden ist, mit den hier beschriebenen Erscheinungen im nahen Zusammenhang zu stehen scheint.

Diskussion.

Voigt: Ich möchte mir erlauben, auf eine Beobachtung hinzuweisen, die Herr Riecke in Göttingen angestellt hat und die in einem eigentümlichen Widerspruch zu den vom Vortragenden erhaltenen Resultaten zu stehen scheint und deshalb vielleicht für deren Deutung Gewicht hat. Riecke ließ monatelang den Ladungsstrom der Akkumulatorenbatterie des Göttinger Instituts durch ein System aufeinander gepreßter Platten von verschiedenen Metallen gehen. Die Platten waren vor dem Experiment genau gewogen und die Gewichte ergaben sich nach dem Experiment äußerst genau als ungeändert. Riecke schloß damals, daß ein Transport von ponderablen Massenteilchen nicht nachweisbar wäre. Hier bei Ihren Versuchen scheint desgleichen aber der Fall zu sein. Es entsteht die Frage, ob nicht vielleicht die Konstitution der Metalle dabei eine Rolle spielt, ob sich nicht vielleicht chemisch niedergeschlagene Metalle in einem anderen Zustande befinden und anders verhalten, als gegossene Metalle.

Edgar Meyer (Zürich): Wie groß war die verwendete Stromstärke?

Cantor: Sie zählt nach Milliampere. Gegenüber dem Rieckeschen Versuche möchte ich darauf hinweisen, daß für das Gelingen des hier gezeigten die außerordentliche Dünne der Schichten und die Schärfe der Kanten wesentlich ist. Die Spiegel, die ich benutzte, sind sehr durchsichtig, und bei Versuchen mit allerdünnstem geschlagenen Gold war schon kein Effekt von einer Größenordnung, wie hier, wahrzunehmen. Mit einem empfindlicheren Instrument ist dies vielleicht nicht ausgeschlossen, aber ich kann nur sagen, daß ich mit geschlagenem Gold keinen irgendwie mit diesem vergleichbaren Effekt gefunden habe. Da die Dünne der Schicht und die Schärfe der Kante so wesentlich sind, so kann es mich nicht überraschen, daß man bei der Rieckeschen Anordnung keine wägbaren Mengen findet. Daß es nicht die chemische Natur ist, auf welche es ankommt, scheint wohl daraus hervorzugehen, daß außer Gold auch eingebranntes Platin und chemisch niedergeschlagenes Silber denselben Effekt zeigen. Das Geometrische scheint mir deshalb das in erster Linie Bestimmende zu sein, nicht das Chemische.

Seitz: Wird das photographische Bild von der Stromrichtung beeinflußt?

Cantor: Ja, ich kann aber nicht angeben in welchem Sinne.

(Eingegangen 13. Oktober 1908.)

Personalien.

(Die Herausgeber bitten die Herren Fachgenossen, der Redaktion von eintretenden Änderungen möglichst bald Mitteilung zu machen.)

Habilitiert: An der Universität Bonn Dr. Gerhard Hessenberg (etatsmäßiger Professor an der Landwirtschaftlichen Akademie Bonn-Poppelsdorf) für Mathematik, an der Technischen Hochschule Wien Dr. Franz Ruß für chemische Technologie anorganischer Stoffe.

Ernannt: Der Dozent an der Technischen Hochschule zu Lemberg Dr. Alfred Denizot zum a. o. Professor der allgemeinen Mechanik daselbst.

Berufen: Der o. Professor für darstellende Geometrie an der Technischen Hochschule Dresden Dr. Martin Disteli in gleicher Eigenschaft an die Technische Hochschule Karlsruhe.

In den Ruhestand: Der Professor für Chemie, Präsident der Harvard-Universität in Cambridge Charles William Eliot, der o. Professor für Astronomie an der Universität Straßburg E. Becker.

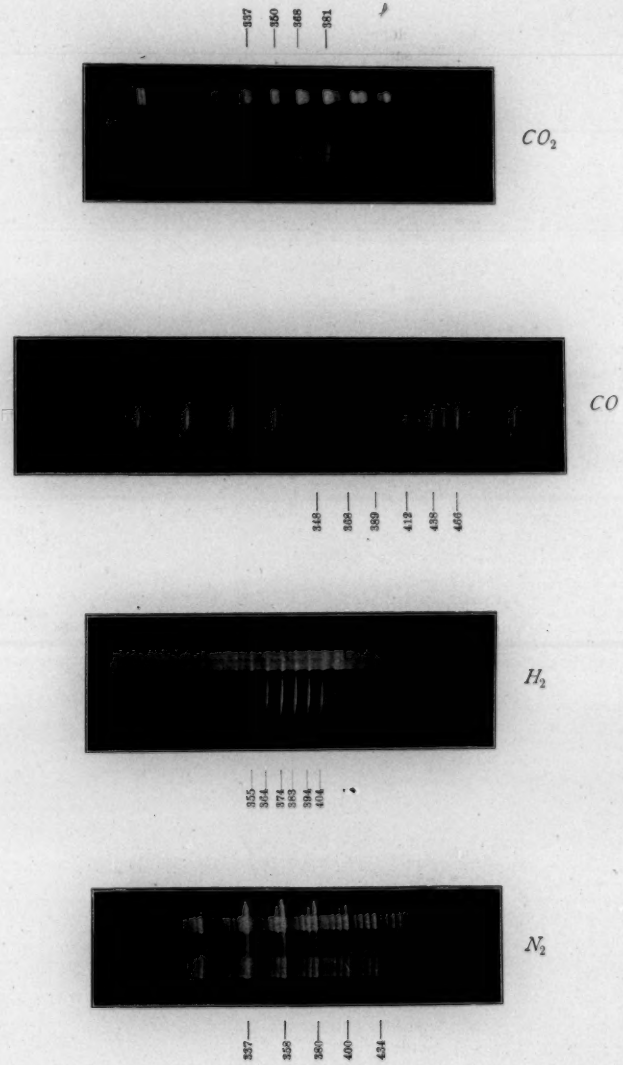
Gestorben: Der Professor der Physik und Elektrotechnik in London William Edward Ayrton F. R. S., der frühere Professor für Mathematik an der Technischen Hochschule Berlin Geheimrat Dr. Hugo Hertzer, der frühere Privatdozent für Physik an der Technischen Hochschule Karlsruhe Dr. Mor. Rich. Rühlmann (zuletzt Rektor des Realgymnasiums Döbeln), der frühere a. o. Professor für Chemie an der Universität Leipzig Dr. Heinrich Hirzel, der Professor der Chemie an der Sorbonne in Paris Alfred Ditte.

Gesuche.

Promovierter Physiker,

24 Jahre alt, sucht Stellung zu **praktischer Tätigkeit.** Gefl. Offerten erbeten unter **S. H. # 284** an die Expedition dieser Zeitschrift.

Für die Redaktion verantwortlich Professor Dr. Emil Bose in Oliva bei Danzig. — Verlag von S. Hirzel in Leipzig.
Druck von August Pries in Leipzig.


337
350
368
381
CO_2
348
369
389
412
438
466
CO
355
364
374
385
394
404
H_2
357
358
380
400
434
N_2